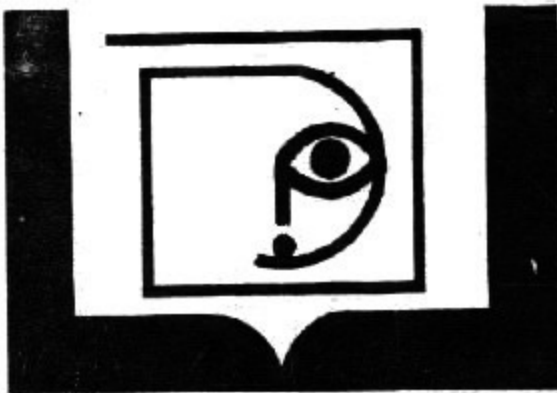


ਸਮਾਜ

7-8

ਮਮਮ



ՋՈՐՋ ՓՈՅՍ

Ականավոր մաթեմատիկոս եւ մանկավարժ Ջորջ Փոյան* ծնվել է Հուլիանոսի քաղաքում, 1888 թվականին: Երկրորդ աշխարհամարտին նախորդող տարիներին ապրել եւ աշխատել է Շվեյցարիայում, Անգլիայում եւ Գերմանիայում: Ֆաշիստական կուսակցության իշխանության գալը եւ եվրոպական շատ երկրների պալթումը գիտնականին ստիպել են ԱՄՆ արտագաղթելու, որտեղ նա հաջողությամբ շարունակել է գիտական եւ մանկավարժական գործունեությունը (մասնավորապես՝ Սթենֆորդի համալսարանում):

Մաթեմատիկոսներին Փոյան քաջ հայտնի է որպես բազմաթիվ ու բազմաբնույթ գիտական աշխատությունների եւ մենագրությունների (որոնցից մի քանիսը գրված են հայտնի մաթեմատիկոսներ Գ.Հարդիի, Ջ.Լիթլվուդի, Գ.Սեգյոյի համահեղինակությամբ) հեղինակ: Դրանցից առավել արժեքավոր են համարվում «Անհավասարություններ» եւ «Խնդիրներ ու թեորեմներ մաթեմատիկական վերլուծությունից» գրքերը, որոնք բացառիկ են՝ նյութի բովանդակալից շարադրման եւ քննարկվող առարկաների մանրակրկիտ վերլուծության ստույգով:

Ցավոք, նշանավոր գիտնականները միշտ չէ, որ օժտված են եղել մանկավարժական տաղանդով եւ տիրապետել նաեւ դասավանդման մեթոդիկայի գաղտնիքներին (հանրահայտ է, ասենք, դանիացի հռչակավոր ֆիզիկոս Նիլս Բորի օրինակը): Դեռ ավելին՝ ֆրոնտալի մեծ գիտնական Դալամբերն, օրինակ, պնդում էր. «Խորհել սովորեցնող դասախոսություններն ու գրքերը կարող են օգտակար լինել միայն այն անձանց, ովքեր առանց դրանց էլ յուրա կգնային»: Բարեբախտաբար, կան նաեւ «երջանիկ բացառություններ» եւ այդ թվում՝ գերմանացի հանրահայտ մաթեմատիկոս Լեոնարդ Էյլերը, ով իր աշխատություններում միշտ անկեղծորեն եւ հմտորեն գծանշում էր այն ուղիները, որոնցից օգտվում էր իր մաթեմատիկական ստեղծագործության մեջ:

* Ռուսերեն գրականության մեջ գիտնականի անունն ու ազգանունը գրվում են երբեմն գերմանական՝ Գորգ Պոլիա, երբեմն էլ՝ հունգարական տարբերակով՝ Գյորգ Պոյա: Այստեղ նախընտրել ենք աներիկյան տարբերակը՝ Ջորջ Փոյա, որը վերջին տարիներին հրատարակված գրքերում առավել հաճախ է հանդիպում: (Խմբ.)

Այդպիսի մոտեցման եռանդու ն ջատագովներից էր նաեւ Ջորջ Փոյան: Նշանակալից է, օրինակ, որ նրա «Ինչպե՛ս խնդիր լուծել» գրքի վերաբերյալ ժամանակակից տաղանդավոր մաթեմատիկոս, հանրահաշվի մասնագետ Բ.Լ.Վան-դեր-Վարդենը 1952 թվականի փետրվարի 2-ին Ցյուրիխի համալսարանում կարդացած իր ներածական դասախոսության մեջ շեշտել է. «Յուրաքանչյուր ուսանող, յուրաքանչյուր գիտնական եւ մանավանդ՝ յուրաքանչյուր ուսուցիչ պետք է ընթերցի այս գրավիչ գիրքը»:

Փոյայի դասավանդման մեթոդիկայի ղեկավար սկզբունքն է՝ սովորողների մեջ ոչ միայն տրամաբանական դատողությունների, այլեւ՝ իմացաբանական (էվրիսթիկ) մտածողության հաստատուն ու նակությունների սերմանումը: Այդ նպատակով նա բազում հնարքներ է կիրառում՝ մանրամասն կշռադատված, հստակ ցուցումների համակարգ, բազմատեսակ խորհուրդ-հանձնարարականներ, «գլխի գցող» հարցեր, մակաժական (ինդուկտիվ կամ, ինչպես Փոյան է անվանում, «ճշմարտանման») դատողություններ, ամենատարբեր բնագավառներից (մաթեմատիկա, ֆիզիկա, աստղագիտություն, անգամ՝ բժշկություն եւ դատական գործունեություն) օրինակներ եւ այլն: Եվ հիմնական եզրակացությունը, որին հանգում եւ որը համոզիչ կերպով հիմնավորում է գիտնականը, հետեւյալն է. մաթեմատիկոսն իր յուրահատուկ («մաթեմատիկական») ստեղծագործության մեջ նույն կերպ կիրառում է դիտարկումներն ու ընդհանրացումները, հիպոթեզներն ու գիտափորձերը, ինչպես եւ ցանկացած այլ բնագավառի հետազոտող-մասնագետ, եւ առաջին հերթին՝ հենց այդպիսի՝ մոտեցումն է անհրաժեշտ մանկավարժին ու դասախոսին: Այլ կերպ ասած՝ մաթեմատիկան ամենեւեին էլ չոր, վերացական, կյանքից կտրված գիտություն չէ (ինչպես շատերն են կարծում դպրոցն ավարտելուց հետո), այլ ընդհակառակը՝ կենսունակ, լայն կիրառելի եւ անշափ հետաքրքիր մի բնագավառ...

Բայց այս ամենը գերադասելի է լսել հենց իրենից՝ Ջորջ Փոյայից:

Արդ՝ ընթերցողի ուշադրությանն ենք արժանացնում ուսուցման, դասավանդման եւ դասավանդում սովորեցնելու առեղծների նվիրված մի գլուխ՝ «Մաթեմատիկական հայտնություն» գրքից («Նաուկա» հրատ., Մոսկվա, 1970 թ.): Ջուր չէ ասված, որ գրողին լավագույնս ի՞ր իսկ ստեղծագործություններն են բնորոշում: Ստորեւ ներկայացվող դրվագն ընթերցելիս՝ կարծում ենք, ձեր առջեւ կհանի իմաստուն, նպատակաւայ, «կյանք տեսած» (միգուցե իր իմաստնությունից նույնիսկ մի փոքր հոգնած, բայց եւ՝ լավատեսությունը չկորցրած), ցանկացած նյութ հետաքրքիր ու մատչելի շարադրելու հմտությամբ լիուլի օժտված, սրամիտ կատակն ու մեղմ, բարի հումորը գնահատող (եւ հումորին տիրապետող) ծեր գիտնականի, Ռուսուցի դիմանկարը...

Գ Լ Ո Ւ Խ 14

ՈՐՍՈՒՑՄԱՆ, ԴԱՍԱՎԱՆԴՄԱՆ
ԵՎ ԴԱՍԱՎԱՆԴՈՒՄ ՍՈՎՈՐԵՑՆԵԼՈՒ
ՄԱՍԻՆ

Այն, ինչն ստիպված էք եղել ինքներդ
հայտնաբերել, թողնում է ձեր մտքի մեջ մի
շավիղ, որից կրկին կարող եք օգտվել, եթե
դրա անհրաժեշտությունն առաջանա:

Գ.Լիխտենբերգ, «Aphorismen»,
Բեռլին, 1902-1906

Ամեն մի մարդկային իմացություն
սկզբում է հայեցողություններից, դրանցից
անցնում հասկացողություններին եւ ավարտի
հասնում հիմնական գրություններով:

Ե.Կանտ, «Ձուտ բանականություն
բննադատություն», Երկեր, հատ.3,
Մոսկվա, 1961, էջ 591

Ես ջանացել եմ գրել այնպես, որ
ուսումնասիրողը միշտ կարողանա տեսնել
իր կողմից հետազոտվող առարկաների
ներքին հիմնականախքը, որ կարողանա
չտեսնել հայտնագործման աղբյուրը եւ
հետազոտյեալ ամեն ինչից այնպես գլուխ
հանել, ինչպես եթե ինքն այդ հնարած լիներ:

Գ.Լայբնից, «Mathematische
Schriften», հատ.VII,
Բեռլին, 1880, էջ 9

§ 1. Դասավանդումը գիտությունն չէ*

Ես ձեզ հետ կկիսեմ ուսուցման գործընթացի,
դասավանդման արվեստի եւ դասավանդում սովորեցնելու վերաբերյալ իմ որոշ տեսակետները:

Այդ տեսակետները բազմամյա փորձի արգասիք
են: Ընդհանուր առմամբ, անձնական տեսակետների
արտահայտումը միշտ չէ, որ տեղին է, ես չեմ համար-
ձակվի ձեզանից ժամանակ խլել, եթե դասա-
վանդումը լիովին կարգավորվեր գիտական փաս-
տերով եւ տեսություններով: Սակայն իրական-
ություն մեջ դա այդպես չէ: Իմ կարծիքով՝ դասա-
վանդումը ընդամենը միայն գործնական հոգեբա-
նության մի ճյուղը չէ (համենայն դեպս՝ ներ-
գայումս):

Դասավանդումը որոշակի կտայի մեջ է
ուսուցման հետ: Ուսումնասիրման (նոր գիտե-
լիքների ձեռքբերման) գործընթացի փորձարա-
րական եւ տեսական հետազոտությունը հոգե-
բանության ընդարձակ եւ արդյունավետ պարզա-
ցող մի ճյուղն է: Սակայն այժմ ես այլ բան նկատի

* Սույն գլխի §§ 1-7-ը ԱՄՆ-ի Մաթեմատիկական
բնկերության Բերքլիում կայացած 46-րդ տարեկան
ժողովում հեղինակի արտասանած ձայնն է, այդ
հնթագլուխների նյութերն ամբողջ փող հրատարակվել են
տան [1] աշխատությունը գրականության ցուցակում:

ուսում: Այստեղ մենք գլխավորապես կարողվենք
սովորեցման բարդ գործընթացներով, ինչպիսիք են
հանրահաշվի ուսուցումը կամ մաթեմատիկայի
մեթոդիկա սովորեցնելը, որոնք շարկապված են
երկարատեւ մանկավարժական ներգործություն-
ների հետ: Իսկ հոգեբանությունը հիմնականում
պետք է կարճատեւ, պարզեցված իրադրու-
թյուններով եւ համարյա ողջ ու շաղրոթյունը դրան
է հատկացնում: Արդ՝ հոգեբանությունը կարող է
մեզ ինչ-որ հետաքրքիր բաներ հուշել, բայց դրանք
մեզ հետաքրքրող առեղծների լուծման նշույններ
կլինեն միայն, որոնք վերջնական եպրակայության
կայացմանը չեն հավակնի*:

§ 2. Դասավանդման նպատակը

Մենք չենք կարող ուսուցիչ գործողությունները
գնահատել, եթե չգիտենք նրա նպատակը: Մենք
չենք կարող սովորեցման գործընթացը իմաստա-
վորված կերպով քննարկել, բանի դեռ որոշակի
համաձայնության չենք եկել այն բանի շուրջ, թե
ո՞րն է դասավանդման նպատակը:

Ուզում եմ ավելի կոնկրետ լինել: Ես այստեղ
նկատի ունեմ միջին դպրոցի դասընթացի ծավալով
մաթեմատիկայի դասավանդումը եւ «հնաստարապ»
գաղափարն այն մասին, թե ինչպիսին պետք է լինի
նշված նպատակը՝ նախ եւ առաջ (եւ դա անստա-
բակույս ամենագլխավորն է) հարկ է երիտա-
սարդությունը ՄՏԱՕԵԼ սովորեցնել:

Գա իմ հաստատ համոզմունքն է, դուք կարող եք
այն լիովին ջրածանել, բայց կարծում եմ՝ թեկուզ
մասնակիորեն համաձայն եք դրան: Եթե դուք չեք
ընդունում մտածողական ընդունակության
դաստիարակությունը որպես միջին դպրոցի
մաթեմատիկայի դասընթացի առաջնահերթ
նպատակ, ապա գուցե այդ նպատակը
երկրորդային եք համարում, անգամ այդ դեպքում
հետագա վիճարանությունների բեղմնավորու-
թյան համար մենք բավականաչափ շփման կետեր
կգտնենք:

«Մտածել սովորեցնել» կարգախոսը նշանակում
է, որ մաթեմատիկայի ուսուցիչը ոչ միայն
տեղեկատվության աղբյուր պետք է ծառայի, այլ
որստավոր է ջանալ՝ նաեւ այդ տեղեկատվության
օգտագործմանն ուղղված՝ սովորողների ընդունա-
կությունները պարզացնել, նա իր աշակերտների
մոտ պետք է աճեցնի մտածելու կարողություն,
դրան վերաբերող ունակություններ, խելքի
որոշակի կերտվածք: Հնարավոր է, այդ նպատակն
ավելի մանրամասն լուսաբանման կարիք ունի
(դասավանդման հարցերին նվիրված իմ բոլոր
տպագիր աշխատությունները կարող են նման
լուսաբանում դիտվել): Այստեղ սակայն բավական
է միայն երկու հանգամանք շեշտել:

Նախ՝ այն մտորումները, որոնց մասին խոսում
ենք այստեղ, ոչ թե պարզապես հերյուրանքներ են, այլ՝
«նպատակաուղղված մտորմունքներ», կամ

* Համեմատիք E.R. Hilgard, «Theories of Learning»
(2-րդ հրատ., Նյու Յորք, 1956 թ.) գրքի 485-490 էջերի հետ

«կամային մտորմունքներ» (Ուիլյամ Ջեյմս*), կամ «արգասավոր մտորմունքներ» (Մաքս Վերթեհայմեր**): Նման «մտորմունքները» կարելի է նույնացնել գոնե առաջին մոտավորությամբ. «խնդիրների լուծման» հետ: Եվ ես համարում եմ, որ միջին դպրոցում մաթեմատիկայի դասընթացի կարևորագույն նպատակներից մեկը սովորողների մոտ խնդիրներ լուծելու կարողությունն է:

Երկրորդ՝ մաթեմատիկական մտածողությունը չի կարելի գուտ «ձեռակա» համարել՝ այն խարսխված չէ միայն արսիոմների, սահմանումների եւ խիստ ապացույցների վրա, այլ, բացի դրանցից, շատ ուրիշ բաներ է նաեւ ներգրավում. քննարկված դեպքերի ընդհանրացում, համանմանության օգտագործում, մի ինչ-որ կոնկրետ իրադրության մեջ մաթեմատիկական բովանդակության հայտարարում կամ պատում: Մաթեմատիկայի ուսուցիչը շատ հարմար առիթներ ունի՝ ծանոթացնելու իր աշակերտներին մտածողական գործընթացի այդ չափազանց կարեւոր «ոչ ձեռակա» շրջաններին, եւ ինձ թվում է, թե նման առիթները նա պետք է որ ավելի լայն, շատ ավելի լայն օգտագործեր, քան՝ այդ անում է ներկայումս: Այդ նույն միտքը հակիրճ, թեեւ ոչ լրիվ տեսքով արտահայտելով՝ կարելի է ասել, հարկավոր է բոլոր միջոցներով սովորեցնել ապացույցելու արվեստը՝ միաժամանակ չմոռանալով նաեւ կռահելու արվեստի մասին:

§ 3. Դասավանդումը արվեստ է

Դասավանդումը ոչ թե գիտություն է, այլ՝ արվեստ: Այդ կարծիքն արտահայտվել է այնքան մարդկանց կողմից եւ այնքան անգամ, որ նույնիսկ անհարմար եմ ինձ պզու՞մ կրկնելով այն: Սակայն, եթե թողնենք բավականին ծեծված ընդհանրացումները եւ անցնենք կոնկրետ մանրամասներին, ապա այդ մաշված ասույթը մեզ թույլ կտա ցայտուն կերպով լուսաբանել մեր մասնագիտության մեջ հանդիպող որոշ հնարքները:

Դասավանդումն, ակներեւորեն, շատ ընդհանրություններ ունի թատերական արվեստի հետ: Դիցուք, պահանջվում է ցուցադրել ձեր դասարանին մի ապացույց, որը հիանալի գիտեք, քանզի բավմիցս այն շարադրել եք անցած տարիներին՝ այդ նույն առարկան վարելիս: Իհարկե, այդ ապացույցը ձեզ այլեւս չի կարող հետաքրքրել, բայց խնդրում եմ՝ դասարանին դա ցույց մի՛ տվեք. եթե

* Ուիլյամ Ջեյմս (1842-1910)՝ անհանավոր ամերիկացի հոգեբան, «գիտակցության հոսքի» մոդայական տեսության ստեղծողը: Նկատելի ազդեցություն է ունեցել արեւմտահվրոպական եւ ամերիկացի շատ գրողների վրա (Մարսել Դրուստ, Ջեյմս Ջոյս, Էռնստ Հեմինգուեյ եւ ուրիշներ):

** Մաքս Վերթեհայմեր (M. Wertheimer, 1880-1943)՝ նշանավոր գերմանացի հոգեբան, այսպես կոչված «գեշթալտ-հոգեբանության» հիմնադիրներից մեկը, որի համաձայն՝ մարդու հոգեբանական կյանքում հիմնական դերն են խաղում որոշ կազմավորված «կերպարներ» (գերմ.՝ die Gestalt): [Արդի արեւմտյան փիլիսոփայության մեջ շատ հանրաձայնաչ այդ ուղղությանը մասամբ ձայնակցում է Ն.Բուրբակիի ֆրանսիական դպրոցից սկիզբ առնող պատկերացումը մաթեմատիկայի մասին՝ որպես որոշակի «մաթեմատիկական կառուցվածքի» վերաբերյալ ուսմունքի:]

դասարանը նկատի, որ ձեզ համար դա ձանձրալի է, ապա այն խելոյն տաղտկալի կդառնա նաեւ բոլորի համար: Ձեռնամուխ լինելով ապացույցին՝ աշխատեք հետաքրքրված երեւալ, ապացույցի ընթացքում ձեռքից բաց մի թողեք հետաքրքիր գաղափարների վրա աշակերտների ուշադրությունն ուղղելու հնարավորությունը: Ապացույցն սվարտելով՝ աշխատեք փոքր-ինչ վարմացած թվալ եւ՝ սովորողներին հնարավորություն տվեք՝ նկատելու ձեր բարձր տրամադրությունը: Դուք պետք է մի փոքրիկ ներկայացում տաք այն աշակերտների շահերից դրդված, որոնց քննարկվող հարցի նկատմամբ ձեր վերաբերմունքը կարող է ավելին ընձեռել, քան՝ դրա բուն էությունը:

Պետք է խոստովանեմ, որ բավականություն եմ գտնում նման փոքրիկ ներկայացումներում՝ առանձնապես այժմ, երբ արդեն ծեր եմ եւ մաթեմատիկայի մեջ շատ հազվադեպ եմ ինչ-որ մի նոր բան հայտնաբերում. թատերախաղը, որտեղ անցյալում այս կամ այն մանրամասնի հայտնագործումը նմանակող տեսարան եմ ներկայացնում, փոքրիկ բավարարվածություն կարող է ինձ պատճառել:

Դասավանդումը (թեեւ դա պակաս նկատելի է) նաեւ երաժշտության հետ ինչ-որ ընդհանուր բան ունի*: Դուք, իհարկե, գիտեք, որ ուսուցիչը հաճախակի ստիպված է լինում միեւնույն ստարկայի մասին խոսել ոչ թե մեկ կամ երկու, այլ՝ երեք, չորս, հինգ անգամ... Սակայն միեւնույն ասելիքի բավմանվագ, առանց ընդհատման եւ առանց ձայնի ելել էջի փոփոխման կրկնությունը կարող է ունկնդրին վանել պատմած նյութից եւ դրանով իսկ վնաս հասցնել այն նպատակին, հանուն որի կրկնվում եք: Սովորե՛ք երգահաններից, թե ինչպես դա ավելի լավ անել: Կարևորագույն երաժշտական ձեռքից մեկն է «թեման տարափոխումներով (վարիացիաներով)»: Մանկավարժություն փոխադրելով այդ երաժշտական ձեւը՝ սկսեք ձեր ասելիքի շարադրանքից՝ դրա պարզագույն տեսքով, երկրորդ անգամ կրկնեք այն մի փոքր փոփոխությամբ, երրորդ անգամ նոր, ավելի վառ երանգներ ավելացրեք եւ այլն: Ավարտելով՝ կարող եք վերադառնալ սկզբնական պարզ ձեռակերպմանը: Մեկ այլ, կարեւոր երաժշտական ձեւ է «ռոնդոն»: Մանկավարժություն փոխադրելով նաեւ այդ երաժշտական ձեւը՝ ձեր հիմնական միտքը կրկնում եք մի քանի անգամ՝ փոքրիկ փոփոխություններով կամ բոլորովին առանց փոփոխությունների, սակայն միաժամանակ ներառնում եք կրկնումների միջեւ համապատասխան կերպով ընտրած ցուցադրական նյութը: Հուսով եմ, որ հաջորդ անգամ Բեթհովենի թեման տարափոխումներով (վարիացիաներով) կամ Մոցարտի ռոնդոն լսելիս՝ փոքր-ինչ կմտածեք նաեւ

* Համեմատի՛ր հետեւյալ գրքի նախաբանի հետ՝ Ի.Մ.Գլադստեյն, Յու.Ի.Լյուբիչ, «Վերջավոր շտիանի գծային վերլուծություն», «Նաուկա» հրատ., 1969թ. (գլխքն այդ գրված է, իդեպ առած, [2] գրքի գորեղ ազդեցության տակ):

դասավանդման մեթոդիկայի առեղծներին մասին...

Ժամանակ առ ժամանակ դասավանդումը կարող է մոտենալ բանաստեղծական արվեստին. իսկ երբեմն՝ անպատկառությունը (ցինիզմին): Թույլ տվեք՝ պատմել ձեզ մի փոքրիկ անցք մեծն Այնշթայնի մասին: Մի անգամ ներկա էի Այնշթայնի հետ մի խումբ ֆիզիկոսների պուլսին: «Ընչո՞ւ բոլոր էլեկտրոնները նույնական լիցք ունեն, - հարցը կրկնեց Այնշթայնը: - Դե լավ, իսկ ինչո՞ւ այժի բոլոր թրիբուցիոնները նույն չափան ունեն»: Ընչպե՞ս կարող էր Այնշթայնն իրեն թույլ տալ այդպես սրտահայտվելու: Արդյո՞ք միմիայն մի բանի պճնամոլների (սնոբների) շփոթեցնելու համար: Չե՞մ կարծում, որ այդ էր նրա նպատակը: Հավանաբար, հիմքերն այստեղ ավելի խորն են: Կարծում եմ՝ պատահականորեն իմ կողմից լավամ գիտողությունն այնքան էլ պատահական չէր: Այսպես թե այնպես՝ նշված գիտողությունից որոշ բան քստեցի՝ Կ. Շ. համար, վերացությունները լավ են, բայց բոլոր միջոցներն օգտագործեք՝ այդ վերացություններն ավելի շոշափելի դարձնելու: Չեր վերացական կառուցվածքները պարպեցնելու համար թող ոչինչ չթվու չափազանց լավ կամ չափազանց վատ, չափազանց բանաստեղծական կամ չափազանց ցածր: Մոնտենն ասել է. «Ճշմարտությունն այնքան մեծ բան է, որ ոչինչ չպետք է արհամարհենք, ինչը ճշմարտությանն է հասցնում»: Հետևապես, եթե նրբագայությունը ձեզ թեկադրում է, որ տեղին է դասարանի առջև մի բիչ բանաստեղծ կամ մի փոքր անպատկառ (ցինիզ) պատկերումայ, մի՛ հրաժարվեք դրանից՝ սխալ հասկացվող պավլածությունից դրված:

§ 4. Ուսումնասիրման երեք սկզբունքները

Կասավանդումն արհեստ է, եւ ինչպես յուրաքանչյուր արհեստ՝ այն շատ հնարքներ եւ հնարամտություններ ունի: Ամեն մի լավ ուսուցիչ իր սեփական հնարքներն ունի, եւ դրանով էլ ամեն մի լավ ուսուցիչ տարբերվում է ցանկացած ուրիշ լավ ուսուցիչ:

Սովորեցման յուրաքանչյուր արդյունավետ հնարքը պետք է համատարաստասանի ուսումնասիրման որոշակի եղանակին: Մենք այնքան էլ շատ բան չգիտենք այն մասին, թե ինչպե՞ս է քննադատում ուսումնասիրման գործընթացը, բայց դրա մի բանի ակնհայտ զծերի նույնիսկ ամենակուպիտ ուրվագիրը կարող է ցանկալի լույս տալու դասավանդողի հնարքների վրա: Թույլ տվեք՝ ներկայացնել ձեզ այդ կուպիտ ուրվագիրը՝ ուսումնասիրման երեք «սկզբունքների» տեսքով: Դրանց ձեւակերպումը, ինչպես նաեւ՝ այդ սկզբունքների քննարկությունն ինձ են պատկանում, սակայն այդ սկզբունքներն ինքնին ոչ մի դեպքում նոր չեն: Դրանք ամենատարբեր տեսքերով բազմիցս ձեւակերպվել են ավելի վաղ, դրանք բուզմադարյան փորձառությունից են ծնված, մեծ մարդկանց դատողություններով են հաստատված եւ, բացի այդ, թելա-

դրված են ուսումնասիրման գործընթացի հոգեբանական կողմի հետազոտմամբ: Այդ «ուսումնասիրման սկզբունքները» կարող են դիտվել նաեւ որպես «սովորեցման սկզբունքներ», սա է գլխավոր փաստարկը՝ վերջիններս հենց այստեղ պարզաբանելու օգտին, սակայն սովելի մանրամասն կրտսեմ այդ մասին սովելի ուշ:

1^o. Եռանդուն ուսումնասիրում

Հաճախ եւ տարբեր կերպ ասվել է, որ ուսումնասիրումը պետք է լինի եռանդուն, եւ ոչ թե կրավորական կամ ռեպետիվ, այսինքն՝ միմիայն քնկալման վրա հիմնված, սահմանափակվելով գրքերի քնթեցմամբ, դասախոսությունների ունկնդրմամբ կամ կինոնկարների դիտմամբ, ինչը չի ուղեկցվում սեփական բանականության եռանդուն գործունեությամբ, հապիվ թե կարողանաք որեւէ բան ուսումնասիրել եւ անկասկած՝ չեք կարողանա շատ բան ուսումնասիրել:

Կտեւս մեկ՝ հաճախ ձեւակերպվող (եւ վերը նշվածին մոտ) կարծիք. «Ինչ-որ մի բան ուսումնասիրելու լավագույն եղանակն է ինքնուրույն հայտնաբերելը»: Լիխտենբերգը (18-րդ դարի գերմանացի ֆիզիկոս, սովելի հայտնի որպես ասույթների հորինող) այստեղ մի հետաքրքիր բնորոշ գիծ է ավելացնում. «Այն, ինչը հարկադրված եք նղել ինքնիրդ հայտնաբերել, թողնում է ձեր մտքի մեջ մի շավիղ, որից կրկին կկարողանաք օգտվել, երբ դրա անհրաժեշտությունը կտուջանա»: Պակաս գունուկ, բայց գուցե եւ սովելի լայն կիրառելի է հետեւյույ ձեւակերպումը. «Որպեսպի ուսումնասիրումն սովելի գործուն լինի, սովորողը պետք է ինքնուրույնաբար հայտնաբերի ուսումնասիրվող նյութի առավել մեծ մասը, որը հնարավոր է սովյալ հանգամանքներում»:

Դրան է հանգում եռանդուն ուսումնասիրման սկզբունքը (Principle of active learning, Arbeitsprinzip): Սկզբունքն այդ շատ հին է՝ այն դրված է «Սոկրատեսի մեթոդի» գաղափարի հիմքում:

2^o. Լավագույն շարժառիթ

Մենք ասում էինք, որ ուսումնասիրումը պետք է եռանդուն (գործուն) լինի, բայց սովորողը եռանդունությունը ինչպե՞ս չի բերի, եթե դրա դրդուպատճառը չունենա: Նա պետք է մտավոր եռանդունության դրդվի մի որեւէ շարժառիթով, օրինակ՝ պարգեւ ստանալու հույսով: Սակայն ուսման համար ամենալավ շարժառիթը հետաքրքրությունն է, որը սովորողի մոտ առաջացնում է ուսումնասիրվող նյութը, իսկ լավամ մտավոր գործունեության համար լավագույն պարգեւը նման գործունեությունից ստացված բավականությունն է: Իսկ եթե այդ ամենալավը - ունենք՝ դե ի՞նչ, այնուամ պետք է ջանամք՝ փոխարինելու այն մի ինչ-որ լավ կամ նույնիսկ օտակ բավականաչափ լավ բանով, պետք չէ մոռանալ՝ սակ ուսումնասիրման այլ շարժառիթների մասին՝ պուտ ներքիններից բացի:

Սովորողը ուսումնասիրման գործունու-

թյան համար պետք է հետաքրքրվի ուսումնասիրվող նյութով, հաճույք ստանա ուսումնասիրման բուն գործընթացից: Սակայն ուսումնասիրման այդ ամենալավ շարժառիթներից բացի՝ կան նաև ուրիշներ, որոնց մի մասը կարելի է ցանկալի համարել (պատիժը՝ սովորել չցանկանալու համար, վատագույնն է գուցե՝ սովորողի աշխատանքի խթանման կիրառվող մեթոդներից):

Այս պնդումն անվանենք լավագույն շարժառիթի սկզբունք:

3⁰. Ուսումնասիրման փուլերի հաջորդականություն

Սկսենք Կանտի հաճախ մեջբերվող ասույթից. «Ամեն մի մարդկային իմացություն սկսում է հայեցություններից, դրանցից անցնում հասկացություններին եւ ավարտի հասնում հիմնասկզբունքներով»: Այս մտքի հայերեն թարգմանության մեջ գործածվում են հետեւյալ եզրերը՝ «հայեցություն», «հասկացություն», «հիմնասկզբունք»: Ես ի վիճակի չեմ (արդյո՞ք ի վիճակի է ուրիշ որեւէ մեկը) վերծանելու ճշգրիտ իմաստը, որը Կանտն է ներդնում այս եզրերի մեջ. սակայն ձերթույլությունն եմ խնդրում՝ այստեղ շարադրելու Կանտի հռչակավոր ասույթի իմ սեփական ըմբռնումը:

Ուսումնասիրումն սկսվում է ներգործությունից եւ ընկալումից, դրանցից անցնում բառերին եւ հասկացություններին եւ պետք է ավարտվի մտավոր կերտվածքի ինչ-որ նոր առանձնահատկությունների դաստիարակմամբ:

Որպես սկիզբ՝ այս ասույթի իմ մեկնաբանման մեջ մտնող եզրերը դիտարկե՛ք, խնդրեմ, այն իմաստով, որն ի վիճակի եք սեփական փորձից օրինակներով լուսաբանելու (դրդել ձեզ սեփական փորձը մտաբերելու՝ ահա՛ նպատակներից մեկը, որին ձգտում եմ): «Ուսումնասիրումը» պետք է ձեզ հիշեցնի դասարանը, որտեղ գտնվել եք իբրեւ աշակերտ կամ ուսուցիչ: «Ներգործությունը եւ ընկալումը» պետք է ձեր մեջ մտապատկեր պարթնեցնի կոնկրետ առարկաներով (մանր քարերով կամ խնձորներով, կարկինով եւ քանոնով, լաբորատոր գործիքներով եւ այլն) աշխատանքի եւ այդ առարկաների դիտումների մասին:

Եզրերի նման կոնկրետ մեկնությունը հեշտ եւ բնական կերպով է ընթանում, երբ մտածում ենք այս կամ այն պարզ, տարրական առարկաների մասին: Սակայն ժամանակի ընթացքում կարելի է սովորել նման փուլերն առանձնացնելու՝ նաև ավելի բարդ նյութերով աշխատելիս: Պայմանագրվենք տարբերել աշխատանքի երեք փուլ՝ *հետազոտման փուլ, ձեւականացման (ֆորմալիզացման) փուլ եւ յուրացման փուլ:*

Առաջինը՝ *հետազոտման փուլը*, ամենից ավելի մոտ է ներգործությանն ու ընկալմանը եւ ծավալվում է նախ եւ առաջ ներըմբռնողական կամ էվրիսթիկ (ճշմարտաբանական) մակարդակում:

Երկրորդը՝ *ձեւականացման (ֆորմալիզացման) փուլը*, որը կապված է եզրաբանության,

սահմանումների եւ ապացույցների հետ, հասնում է ավելի բարձր՝ հասկացությունների մակարդակին:

Երրորդը՝ *յուրացման փուլը*, վերջինն է, այն համապատասխանում է առեղծի «ներքին էությունը» ըմբռնելու փորձին, ուսումնասիրվող նյութն այս փուլում պետք է յուրացվի սովորողի կողմից, պետք է նրա գիտելիքների համակարգի մեջ մտնի, ընդլայնի նրա մտահորիզոնը, այս փուլը ճանապարհ է հարթում դեպի կիրառումները՝ մի կողմից, եւ դեպի ընդհանրացումներն ավելի բարձր մակարդակում՝ մյուս կողմից:

Ամփոփենք: *Ուսումնասիրման գործընթացի արդյունավետության համար հետազոտման փուլը պետք է նախորդի հասկացությունների բառային ձեւակերպման եւ կապման փուլին, իսկ ուսումնասիրված նյութը վերջում պետք է լրացնի սովորողի գիտելիքների ընդհանուր պաշարը՝ նպաստելով նրա մտավոր մակարդակի բարձրացմանը:*

Այսպիսին է *հաջորդական փուլերի սկզբունքը:*

§ 5. Սովորեցման երեք սկզբունքները

Ուսուցիչը պետք է ծանոթ լինի, թե ինչպե՞ս է ընթանում ուսումնասիրման գործընթացը: Նա պետք է խուսափի գիտելիքների ձեռքբերման անարդյունավետ ճանապարհներից եւ օգտագործի արդյունավետ ճանապարհների առավելությունները: Այդ նպատակով նա հաջողությամբ կարող է օգտագործել այն երեք սկզբունքները, որոնք հենց նոր դիտարկեցինք, այսինքն՝ եռանդուն ուսումնասիրման սկզբունքը, լավագույն շարժառիթի սկզբունքը եւ հաջորդական փուլերի սկզբունքը, ուսումնասիրման նշված երեք սկզբունքները միաժամանակ նաև սովորեցման երեք սկզբունքներն են: Սակայն այստեղ պետք է հաշվի առնել մի անհրաժեշտ պայման, որպեսզի այս սկզբունքներից օգուտ քաղի, ուսուցիչը դրանց պիտի ծանոթ լինի ո՛չ միայն լրածի հիման վրա, նա պետք է խորապես վերապրի դրանք իր անձնական, լավ իմաստավորված փորձով:

1⁰. Եռանդուն ուսումնասիրում

Այն, ինչ պատմում է ուսուցիչը դասարանում, իհարկե, կարելու է, բայց հազար անգամ ավելի կարելու է այն, ինչ մտածում են աշակերտները: Գաղափարները պետք է սաղմնավորվեն աշակերտների մտքում, իսկ ուսուցչի դերն այս գործընթացում կարելի է համեմատել մանկաբարձու հու դերի հետ, սա՛ է Սոկրատեսի դասական խրատը, եւ դրան ամենից լավ համապատասխանող սովորեցման ձեւը *սոկրատեսյան երկխոսությունն է:* Դպրոցական ուսուցիչը որոշակի առավելություն ունի բուհական դասախոսի նկատմամբ, քանի որ շատ ավելի լայնորեն կարող է կիրարկել երկխոսության ձեւը: Բայց, ցավոք սրտի, միջին դպրոցում եւս որոշակի նյութ անցնելու համար հատկապես ժամանակը խիստ սահմանափակ է, այնպես որ երկխոսության ձեւով ողջ դասը

վարելն անհնար է: Սակայն մեր հին սկզբունքն ուժի մեջ է. թողեք հենց իրենց՝ աշակերտներին՝ հայտնաբերել տվյալ հանգամանքներում առավելագույն հնարավորը:

Ես համոզված եմ, որ այդ առումով կարելի է անել շատ ավելին, քան՝ սովորաբար արվում է: Թույլ տվեք ձեզ հանձնարարել մի փոքրիկ հնարք. *աշակերտներին հնարավորություն ընձեռեք մասնակցելու այն խնդրի կազմմանը*, որը նրանք պետք է լուծեն: Եթե աշակերտներն իրենց ավանդն են ներդրել խնդրի առաջադրելուն, ապա նրանք շատ ավելի եռանդուն կաշխատեն վերջինիս լուծման վրա:

Նշեմ, որ գիտնականի աշխատանքում եւս խնդրի առաջադրումը կարող է հայտնագործության առավել արժեքավոր մասը լինել. խնդրի լուծումը շատ հաճախ պահանջում է պակաս ներթափանցում գործի էության մեջ եւ մտածողության պակաս ինքնօրինակություն, քան՝ խնդրի ձեւակերպումը: Այսպիսով՝ աշակերտներին հնարավորություն տալով՝ իրենց ավանդը ներդնելու խնդրի նպատակահարմար պայմանի փնտրվելուն, դուք ոչ միայն դրդում եք նրանց ավելի հաստատակամորեն աշխատելու, այլեւ նրանց մոտ խելքի ցանկալի կերտվածք եք պարգայնում:

2. Լավագույն շարժառիթ

Ուսուցիչը պետք է իրեն համարի մի հանձնակատար, որը ցանկանում է պատանյակներին մի քիչ մաթեմատիկա «վաճառել»: Բայց եթե հանձնակատարը իրացման խնդրում դժվարություններ է կրում, եւ նրա ապրանքը դրած է մնում, որովհետեւ հաճախորդները հրաժարվում են այն գնելուց, ապա նա չպետք է ամեն ինչում գնորդներին մեղադրի: Հիշեցե՛ք, որ գնորդը միշտ իրավացի է՝ սկզբունքորեն, իսկ երբեմն եւ՝ գործնականորեն: Երիտասարդը, որը հրաժարվում է մաթեմատիկա սովորելուց, գուցե եւ իրավացի է: Պարտադիր չէ, որ ձեր աշակերտը ծուլ կամ տխմար լինի՝ պարզապես նրան կարող է հետաքրքրել լրիվ այլ մի բան: Ախր աշխարհում այնքա՛ն հետաքրքիր բան կա: Եվ ձեր պարտքն է՝ որպես ուսուցիչ, որպես գիտելիքներ մատակարարողի, մաթեմատիկայի նկատմամբ հետաքրքրություն առաջացնել աշակերտի մոտ, ցուցադրել նրան այն հարցի նրբագեղությունը եւ գեղեցկությունը, որը քննարկում եք, ստիպել նրան՝ հասկանալու, որ չի պղծա՝ ձեր առաջարկած խնդրի վրա ջանքեր թափելով:

Հետեւապես՝ ուսուցիչը պետք է հատուկ ուշադրություն հատկացնի խնդրի ընտրությանը, դրա ձեւակերպմանը եւ այն բանին, թե ինչպե՛ս վերջինս ավելի լավ մատուցել: Խնդիրը պետք է իմաստալից տեսք ունենա ոչ միայն ուսուցչի, այլեւ աշակերտի դիրքավորումից: Ցանկալի է, որ այն կապված լինի սովորողների առօրյա փորձի հետ, լավ է նաեւ, եթե խնդրի առաջադրումը կապակցվում է որեւէ կատակի, բառախաղի կամ փոքրիկ պարադոքսի հետ: Խնդիրը կարելի է նաեւ սկսել աշակերտներին քաջ հայտնի մի փաստից, լավ է, եթե այն ընդամին ընդհանուր հետաքրքրություն

կամ կիրառումների հնարավորություն ներկայացնող ինչ-որ բան պարունակի: Եթե կամենում ենք սովորողի ստեղծագործական ջանքերը խթանել, ապա պարտավոր ենք ինչ-որ հիմունքներ տալ նրան՝ ենթադրելու, որ նրա այդ ջանքերն ապարդյուն չեն կորչի:

Հատկապես սովորողի հետաքրքրությունն է նրա աշխատանքի լավագույն շարժառիթը: Սակայն կան նաեւ այլ շարժառիթներ, որոնք չպետք է արհամարհել: Թույլ տվեք՝ ձեզ մի փոքրիկ խորամանկություն ներհուրդ տալ: Նախքան աշակերտները ձեռնամուխ կլինեն աշխատանքին՝ առաջարկեք նրանց *կռահել արդյունքը* կամ նույնիսկ դրա մի ինչ-որ մասը: Որոշակի հիպոթեզ արտահայտած աշակերտը դրանով իսկ իրեն կաշկանդում է՝ նրա հեղինակությունն ու սեփական արժանապատվության պայքարում ինչ-որ չափով այժմ կախված են գործի վախճանից, եւ նա անհամբեր ուզում է իմանալ՝ արդյո՞ք իր կռահումը ճիշտ կլինի, թե ոչ. նա իր խնդրով եւ դասարանի աշխատանքով եռանդուն կերպով կհետաքրքրվի, նա չի քնի եւ ուշադրությունն այլ բանի վրա չի շեղի:

Նշեմ, որ գիտնականի աշխատանքում եւս կռահումը համարյա միշտ նախորդում է ապացույցին: Այսպիսով՝ առաջարկելով աշակերտներին կռահել արդյունքը՝ դուք դարձյալ ոչ միայն դրդում եք նրանց ավելի լարված աշխատելու, այլեւ նպաստում եք նրանց խելքի ցանկալի կերտվածքի կազմավորմանը:

3. Հաջորդական փուլեր

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասագրքերի հիմնական թերությունն այն է, որ դրանցում պարունակվող խնդիրների հավաքածուն, սովորաբար, գրեթե բացառապես բաղկացած է քարացած նմուշներից: Քարացած օրինակը կիրառման նեղ շրջանով մի օրինակ է, այն որեւէ կանոնի լուսաբանումն է եւ միայն այդ կանոնի կիրառման գործնականն է ապահովում: Նման քարացած օրինակները, հնարավոր է, օգտակար են եւ նույնիսկ անհրաժեշտ՝ դա ես չեմ ժխտում, սակայն այստեղ բացակայում են սովորեցման երկու կարեւոր փուլերը՝ հետապոստման փուլը եւ յուրացման փուլը: Այդ երկու փուլերն էլ նպատակ ունեն՝ դիտարկվող խնդիրը կապակցելու շրջապատող իրականության եւ ավելի վաղ ձեռքբերած գիտելիքների հետ, առաջին փուլը՝ մինչեւ ձեւական լուծումը գտնելը, երկրորդը՝ դրանից հետո: Իսկ քարացած խնդիրն ակնհայտորեն կապակցված է միայն որոշակի մի կանոնի հետ, նրա կոչումն է՝ որեւէ կանոնի լուսաբանմանը ծառայելը, եւ հապիվ թե նման խնդիրն ինչ-որ մի այլ բանի հետ առնչություն ունենա, այնպես որ այս դեպքում ավելի հեռավոր կապերի որոնումները դժվար թե օգտավետ լինեն: Ի հակադրություն նման քարացած խնդիրների՝ միջին դպրոցը պետք է տրամադրի աշակերտներին (գոնե ժամանակ առ ժամանակ) ավելի խորը, հարուստ, հետագա մշակման արժանի հետին պլան ունեցող, ինչպես նաեւ՝ գիտնական աշխատանքի համը ճաշակելու հնարավորություն տվող խնդիրներ:

Ահա՛ մի փոքրիկ գործնական խորհուրդ. եթե խնդիրը, որը պատրաստվում էր դասարանում քննարկելու, այդ նպատակին հարմար է, ապա առաջարկեք աշակերտներին՝ սկզբից ինչ-որ մի նախնական հետապոտում անցկացնել. դա խնդրի նաեւ ձեւական լուծումը ստանալու ախորժակը կգրգռի: Եվ չմոռանաք մի փոքր ժամանակ թողնել՝ ստացված արդյունքների քննարկման համար. դա ձեզ կօգնի նաեւ հետագայում՝ ուրիշ խնդիրների լուծման ժամանակ:

4°. Այս՝ շատ առումներով խիստ թերի քննարկմամբ ստիպված եմ սահմանափակելու սովորեցման երեք սկզբունքների՝ եռանդուն ուսումնասիրման, լավագույն շարժառիթի եւ հաջորդական փուլերի իմ վերլուծությունը: Ինձ թվում է, որ այս սկզբունքները պետք է օրգանապես մտնեն ուսուցչի ամենօրյա աշխատանքի բոլոր տարրերի մեջ եւ կարող կլինեն լրջորեն օգնել նրան՝ իր աշխատանքում: Կարծում եմ նաեւ, որ այդ երեք սկզբունքներից է անհրաժեշտ ելնել՝ ուսումնական դասընթացը ծրագրավորելիս, այդ դասընթացի յուրաքանչյուր առարկայի եւ առանձին առարկայի ծրագրում յուրաքանչյուր բաժնի ծրագիրը կազմելիս:

Եվ այնուամենայնիվ, բնավ չեմ պատրաստվում պնդել, որ այդ սկզբունքներն անվերապահորեն պետք է ընդունեք. չէ՛ որ դրանք բխում են տեսակետների որոշակի համակարգից, որոշակի տեսանկյունից, մինչդեռ ձեր տեսակետը կարող է բոլորովին այլ լինել: Բայց սովորեցման գործում (ասենք՝ բավականին հաճախ եւ կյանքում) այնքան էլ կարելու չէ, թե ինչպիսի՞ն է ձեր տեսակետն իրականում. շատ ավելի կարելու է, թե ունե՞ք արդյոք *ընդհանրապես* մի տեսակետ տվյալ առարկայի վերաբերյալ, թե՛ նման տեսակետ չունեք բոլորովին: Եվ շատ կարելու է, թե որքա՞ն եռանդուն կերպով եք աշխատում՝ կենսագործելու սեփական տեսակետը: Ամբողջապես ժխտում եմ միայն այն սկզբունքները, որոնց չի հետեւում հենց ի՞նքը՝ դրանք քարոզող անձնավորությունը:

§ 6. Օրինակներ.

Օրինակները կանոններից օգտակար են. թույլ տվեք անցնել դրանց. շատ ավելի արժեքավոր եմ համարում կոնկրետ օրինակները, քան՝ ցանկացած ընդհանուր դատողությունները: Այստեղ գլխավորապես շոշափել եմ սովորեցման հարցերը՝ միջին դպրոցի մակարդակին համապատասխան. ուստի օրինակներս այդ նույն նյութը կշոշափեն: Հաճախ ինձ գոհունակություն է պատճառում այդպիսի օրինակների վերլուծումը, եւ կարող եմ ձեզ ասել, թե ինչու. ես աշխատում եմ դրանք այնպես շարադրել, որ այս կամ այն առումով հիշեցնեն ինձ սեփական հետապոտական աշխատանքիս փորձը. կարծես թե մի փոքրիկ ներկայացում եմ խաղում, որը սրտիս համար թանկ հայտնագործություններիցս որեւէ մեկն է լուսարանում՝ հասկանալի է, փոքրացված մասշտաբով:

1°. Խնդիր յոթերորդ դասարանի համար

Դասավանդման արվեստի հիմնական ձեւերից մեկն է *սոկրատեսյան երկխոսությունը*: Դպրոցի միջին դասարաններից մեկում, ասենք՝ յոթերորդում, ուսուցիչը կարող է սկսել երկխոսությունը հետեւյալ հարցով.

«Ո՞ր ժամին է Սան Ֆրանսիսքո քաղաքում կեսօր լինում?»

- Բայց չէ՛ որ դա ամեն մեկը գիտե, - կարող է ուսուցչին պատասխանել աչքաբաց մի պատանյակ: Հնարավոր է, նա նույնիսկ այսպես ասի. «Ա՛յ քեզ տխմար հարց, իհարկե, ժամը տասներկուսին»:

«Իսկ ժամը քանիսի՞ն է կեսօր լինում Սաքրամենթո քաղաքում?»

- Ժամը տասներկուսին. իհարկե, ցերեկվա, այլ ոչ թե գիշերվա:

«Իսկ ժամը քանիսի՞ն է կեսօր լինում Նյու Յորքում?»

- Ժամը տասներկուսին:

«Բայց կարծում եմ, որ Սան Ֆրանսիսքոյում եւ Նյու Յորքում կեսօր է լինում տարբեր ժամերի, իսկ դուք ինձ ասում եք, որ ե՛ւ այստեղ, ե՛ւ այնտեղ կեսօրը լինում է ժամը տասներկուսին»:

- Լա՛վ, թող այսպես լինի՝ Սան Ֆրանսիսքոյում կեսօր է լինում Արեւմտյան միօրինակային (ստանդարտ) ժամանակով ժամը տասներկուսին, իսկ Նյու Յորքում՝ Արեւելյան միօրինակային ժամանակով ժամը տասներկուսին:

«Իսկ ո՞րն է միօրինակային ժամանակը Սաքրամենթոյում՝ Արեւելյա՞ն, թե՛ Արեւմտյան?»

- Իհարկե, Արեւմտյան:

«Արդյո՞ք կեսօրը միեւնույն պահին է գալիս Սան Ֆրանսիսքոյում եւ Սաքրամենթոյում ապրող մարդկանց համար: Այո՞, թե՛ ոչ?»

«Չե՞ք կարողանում պատասխանել: Այդ դեպքում աշխատեք կռահել պատասխանը. որտե՞ղ է կեսօրը ավելի վաղ սկսվում՝ Սան Ֆրանսիսքոյո՞ւմ, թե՛ Սաքրամենթոյում: Իսկ կամ, միգուցե, այդ երկու քաղաքներում կեսօրը միաժամանակ է գալիս»:

Արդյո՞ք ձեզ դուր է գալիս յոթերորդ դասարանից դպրոցականների հետ սոկրատեսյան ոգով զրույցի իմ գաղափարը: Ի՞նչ էլ որ պատասխանեք, ձեզ համար դժվար չի լինի՝ պատկերացնել զրույցի հետագա ընթացքը: Համապատասխան հարցերի օգնությամբ ուսուցիչը, Սոկրատեսին ընդօրինակելով, պետք է աշակերտներին հասցնի այն բանի ըմբռնմանը, որ.

ա) հարկավոր է վանազանել «աստղաբաշխական միջօրեն» եւ պայմանական կամ «քաղաքացիական կեսօրը»

բ) «միջօրեի» կամ «կեսօրի» այդ երկու հասկացողություններն էլ սահմանման կարիք ունեն

գ) հարկավոր է հասկանալ, թե ի՞նչ է «միօրինակային (գոտիական) ժամանակը», ինչպե՞ս եւ ինչո՞ւ է երկրագնդի մակերեւույթը բաժանված ժամանակային գոտիների

դ) մեր խնդիրը հարկավոր է ձեւակերպել այսպես. «Արեւմտյան միօրինակային ժամանակով ո՞ր ժամին է համապատասխանում աստղաբաշխական միջօրեն Սան Ֆրանսիսքո քաղաքում»

ե) միակ տվյալը, որն անհրաժեշտ է գիտենալ դրված խնդիրը լուծելու համար, Սան Ֆրանսիսքո քաղաքի *երկայնությունն* է (յոթերորդ դասարանին բավարարող մոտավորությամբ):

Խնդիրն այնքան էլ հեշտ չէ: Ես այն փորձարկել եմ միջին դպրոցի ուսուցիչներից կազմված երկու խմբերի հետ. այդ խնդիրը լուծելու համար խմբերից մեկը ծախսեց մոտ 25, իսկ մյուսը՝ մոտ 35 րոպե:

2°. Պետք է ասել, որ յոթերորդ դասարանցիներին նախատեսված այս խնդիրը մի շարք արժանիքներ ունի: Դրանցից գլխավորը գուցե այն է, որ խնդրի մեջ մի շատ կարեւոր մտավոր գործընթացի (որը ցավալիորեն անտեսվում է դպրոցական խնդրագրքեր կազմողների կողմից)՝ *տվյալ կոնկրետ իրադրության մեջ սկզբունքորեն կարելու մաթեմատիկական հասկացության ճանաչման գործընթացի նշանակությունն* է շեշտվում: Որպեսզի լուծի միջօրեի մասին խնդիրը, աշակերտը սխալ է հայտաբերի համեմատական կախվածությունը ժամանակի եւ երկայնության միջեւ. *երկրագնդի մակերևույթի ցանկացած կետում արեգակի ամենարարձր դիրքին համապատասխանող ժամանակը փոփոխվում է այդ կետի երկայնության հետ համեմատականորեն*:

Միջին դպրոցի համար նախատեսված դպրոցական խնդրագրքերից հիվանդագին արհեստականության հասնող խնդիրների մեծամասնության հետ համեմատած՝ մեր խնդիրը միանգամայն «առողջ» եւ «իրական» է թվում: Կիրառական մաթեմատիկայի լուրջ խնդիրներում հարցի պատշաճ ձևակերպումը միշտ կարեւոր է, իսկ երբեմն՝ ամենից կարեւոր. մեր փոքրիկ խնդիրը, որը կարելի է առաջարկել ամեն մի միջակ յոթերորդ դասարանի, հենց այդ առանձնահատկությունն ունի: Նշենք այնուհետեւ, որ կիրառական մաթեմատիկայի բնագավառի լուրջ խնդիրը կարող է լուրջ գործնական արդյունքների հանգեցնել. օրինակ՝ ավելի լավ արտադրական գործընթացի արմատավորմանը, մեր փոքրիկ խնդիրը բացատրում է յոթերորդ դասարանցիներին, թե ինչի՞ համար է պետք 24 «ժամային» գոտիների համակարգը՝ յուրաքանչյուր գոտու սահմաններում նույնական միօրինակային (ստանդարտ) ժամանակով: Ինձ առհասարակ թվում է, որ այս խնդիրը, եթե միայն ուսուցիչը բավարար մանկավարժական հմտությամբ այն մատուցի, կկտրողանա սպառազիտականին կամ ճարտարագետին (ինժեներին) օգնել՝ գտնելու իր կոչումը. նաեւ կարող է նպաստել այն աշակերտների մտավոր վարգայմանը, ովքեր հետագայում իրենց մասնագիտական աշխատանքում մաթեմատիկա օգտագործելու հարկ չեն ունենա:

Նշենք նույնպես, որ այս խնդիրը կարող է ծառայել այն փոքրիկ հնարքների կամ խորամանկությունների լուսաբանմանը, որոնց մասին ավելի վաղ խոսվել է. ասենք թե ինչպես կարելի է աշակերտներին դրդել՝ եռանդուն կերպով մասնակցելու խնդրի ձևակերպմանը (համեմատի

§5-ի 1 կետի հետ): Խնդիրը ձևակերպելու հնարավորությունն ընձեռող հետազոտական փուլն ընդհանրապես խիստ կարեւոր է (համեմատի՛ր §5-ի 3 կետի հետ): Այնուհետեւ աշակերտներին առաջարկվում է՝ կռահել արդյունքի հիմնական բովանդակությունը (համեմատի՛ր §5-ի 2 կետի հետ):

3°. *Խնդիր տասներորդ դասարանի համար*

Դիտարկենք եւս մի օրինակ: Սկսենք, թերեւս, կառուցման առավել հայտնի խնդրից. *կառուցել եռանկյունի՝ իր երեք կողմերով*: Քանի որ համանմանությունը (անալոգիան) նոր հայտնությունների առատ աղբյուր է, ապա բնական է հարցնել՝ ինչպիսի՞ տեսք ունի համանման տարածաչափական խնդիրը: Տարածաչափությանը փոքր-ինչ ծանոթ՝ միջակ աշակերտը, հնարավոր է, այն կձևակերպեր այսպես. *կառուցել քառանիստ իր վեց կողմերով*:

Կարելի է փակագծերում նշել, որ այս խնդիրը դպրոցականին բավականաչափ մոտեցնում է «տեխնիկական գծագրություն» բնագավառից գործնական խնդիրներին: Ճարտարագետները (ինժեներները) եւ կառուցագետները (կոնստրուկտորները) մեքենայի մանրամասերի (դետալների) պատրաստման կամ շինվածքների կառուցման համար անհրաժեշտ ճշգրիտ տեղեկություններ ունենալու նպատակով օգտագործում են լավ կատարված գծագրեր: Իսկ մենք այստեղ պատրաստվում ենք քառանիստ կառուցել՝ գիտենալով նրա կողերը: Հնարավոր է, որ այդ քառանիստը կամեցել ենք փայտից քանդակել:

Խնդրի այսպիսի դրվածքը հանգեցնում է քանոնի եւ կարկինի օգնությամբ դրա ճշգրիտ լուծման պահանջին եւ այն հարցի քննարկմանը, թե քառանիստի ո՞ր տարրերն է հարկավոր գտնել: Դասարանում հմտորեն նպատակաուղղված վիճարկությունը կարող է հանգեցնել հետեւյալ վերջնական ձևակերպման մշակմանը.

ABCD քառանիստում հայտնի են վեց կողերի երկարությունները՝

AB, BC, CA, AD, BD, CD:

Ընդունելով ABC եռանկյունին որպես քառանիստի հիմք՝ կարկինի եւ քանոնի օգնությամբ կառուցել այդ հիմքի եւ մնացյալ երեք նիստերի կազմած երկնիստ անկյունները:

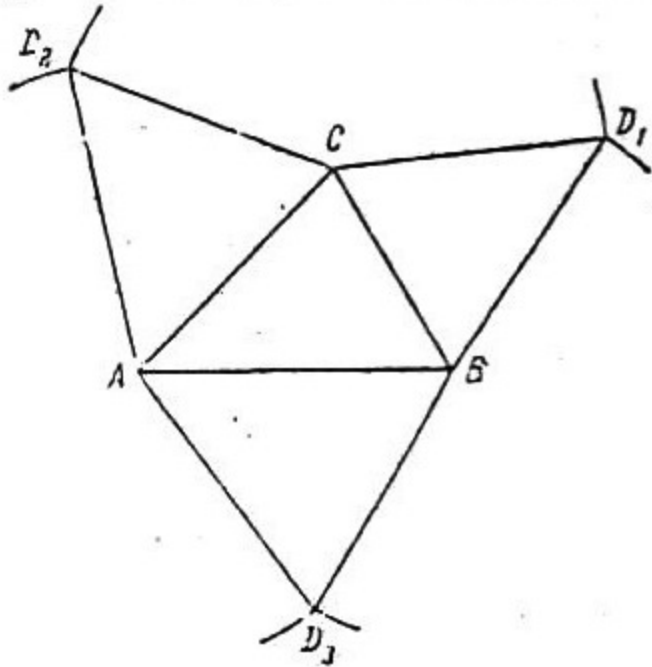
Հիշյալ անկյունները պետք է գիտենալ, եթե, օրինակ, կամենում ենք փայտից քանդակել պահանջվող մարմինը: Սակայն վիճարկության ընթացքում քննարկման առարկա կարող են դառնալ քառանիստի նաեւ այլ տարրերը, օրինակ.

ա) հիմքին հակադիր D գագաթից իջեցված բարձրությունը

բ) այդ բարձրության F հիմքը՝ ABC եռանկյունու հարթության մեջ:

ա) եւ բ) տարրերը պահանջվող մարմնի կառուցման գործում կարող են օգնել. բացատրված չէ, որ դրանց միջոցով կհաջողվի մեկ հետաքրքրող անկյունները գտնել: Ուստի արժե փորձել նաեւ նշված տարրերը կառուցել:

4°. Իհարկե, դժվար չէ կառուցել քառանիստի բոլոր չորս եռանկյան նիստերը, որոնք ի մի են հավաքած նկար 1-ում (նիստերի կառուցման համար օգտագործած փոքրիկ աղեղնակները պահպանված են, որպեսզի չմոռանաք, որ $AD_2 = AD_3$, $BD_3 = BD_1$, $CD_1 = CD_2$): Պատճեններ նկար 1-ը սովորաբար վրա, լրացուցիչ նկարներ երեք կափույրներ, կտրենք-հանենք ստացված ձևվածքը, այն ծալենք երեք գծերի երկայնքով եւ, վերջապես, սունձով կափույրները կպցնենք. այսպես ստանում ենք տարածական մանրակերտը (մոդելը), որի վրա կարելի է կոպիտ մոտարկումով չափել այն բարձրությունն ու անկյունները, որոնց մասին է



Նկար 1. Կառուցել քառանիստ իր վեց կողերով

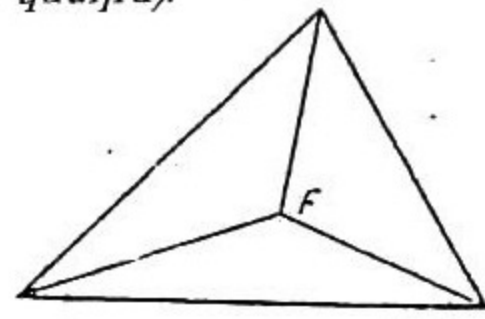
մեր խոսքը: Սովորաբար նման աշխատանքը շատ ուսանելի է, սակայն դա ամենեւին այն չէ, ինչին ձգտում ենք. չէ՛ որ մեզ պետք է կառուցել բարձրությունը, դրա հիմքը եւ անկյունները՝ կարկինի եւ քանոնի օգնությամբ:

5°. Հնարավոր է, որ այստեղ մեզ կօգնի «ենթադրությունը, թե խնդիրը լուծված է»՝ ամբողջապես կամ մասնակիորեն: Պատկերացնենք, թե ինչպիսի՛ տեսք կունենա նկար 1-ը այն բանից հետո, երբ քառանիստի երեք կողմնային նիստերը պահանջվող դիրքը կբարձրացվեն (այդ նպատակով՝ դրանցից յուրաքանչյուրը հարկ կլինի պտտեցնել հիմքի կողի շուրջը): Նկար 2-ում պատկերված է քառանիստի ուղղանկյուն սովորազիծը (օրթոգոնալ պրոյեկցիան) հիմքի հարթության վրա (այսինքն՝ ABC եռանկյունու հարթության վրա). այստեղ F կետը D գագաթի պրոյեկցիան է, այսինքն՝ D կետից իջեցված բարձրության հիմքը:

6°. Նկար 1-ից նկար 2-ին անցնելը կարելի է ակնառու կերպով պատկերացնել՝ սովորաբար մանրակերտի (մոդելի) օգնությամբ կամ առանց դրա: Ուշադրությունը կենտրոնացնենք երեք կողմնային նիստերից որեւէ մեկին, ասենք՝ BCD_1 նիստին, որն սկզբում գտնվում էր նույն հարթության մեջ, ինչ եւ ABC եռանկյունին, այսինքն՝ նկար 1-ի (հորիզոնական) հարթության մեջ: Հետեւենք BC կողմի շուրջը պտտվող BCD_1 եռանկյունուն՝ հայացքը չկտրելով այդ եռանկյունու միակ շարժական D_1 գագաթից: Նշված D_1 գագաթը շրջանագծի աղեղ կարտագծի: Հիշատակած

շրջանագծի կենտրոնը պատկանում է BC կողին. հարթությունը, որտեղ տեղափոխված է այդ շրջանագիծը, ուղղահայաց է հորիզոնական BC պտտման առանցքին: Այսպիսով՝ D_1 կետը շարժվում է ուղղաձիգ հարթության մեջ: Հետեւապես՝ այդ կետի հետագծի պրոյեկցիան հորիզոնական հարթության վրա, որտեղ տեղադրված է նկար 1-ը, BC գծին ուղղահայաց եւ շարժվող կետի D_1 սկզբնական դիրքով անցնող ուղիղ գիծ է:

Բայց, BCD_1 եռանկյունուց բացի, եւս երկու պտտվող եռանկյունիներ կան. չէ՛ որ դրանք ընդամենը երեքն են: Արդ՝ երեք պտտվող գագաթներ կան, որոնցից յուրաքանչյուրը ուղղաձիգ հարթության մեջ շրջանաձեւ հետագծով է տեղաշարժվում՝ ձգտելով հասնել մի ինչ-որ կետի (*հասկապես ռ՛ր կետին*):



Նկար 2. Խնդրի տեսանկյուններից մեկը

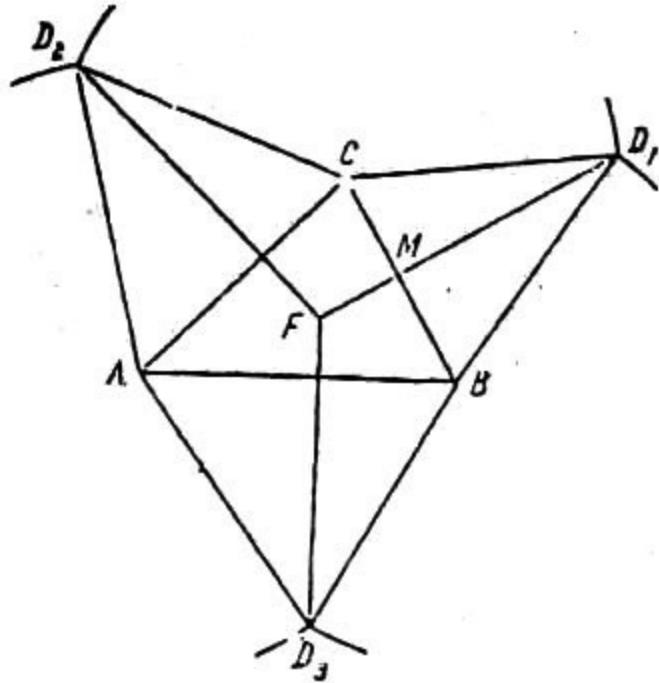
7°. Կարծում եմ, որ տվյալ պահին ընթերցողն արդեն կռահել է արդյունքը (հնարավոր է, դա տեղի է ունեցել նույնիսկ մինչ այն, երբ նա կարդացել էր 6 կետի վերջը). երեք հատվածները, որոնք անց են կացված D_1 , D_2 եւ D_3 կետերի սկզբնական դիրքերից (տե՛ս նկար 1-ը)՝ համապատասխանաբար, BC , CA եւ AB հատվածներին ուղղահայաց, իրար հանդիպում են միեւնույն կետում, այն է՝ F կետում (նկար 3). որի որոնումը լրացուցիչ բ) հարցի նպատակն էր կազմում (F կետը գտնելու համար երկու ուղղահայացները բավական են, իսկ երրորդը կարելի է օգտագործել գծագրի ճշգրտությունը ստուգելու նպատակով): Մնացածը դժվար չէ: Դիցուք, M -ը՝ D_1F եւ BC ուղիղ գծերի հատման կետն է (նկար 3): Կառուցել FMD ուղղանկյուն եռանկյունին՝ $MD = MD_1$ ներքնաձիգով եւ MF էջով (նկար 4): Ակնհայտ է, որ FD -ն՝ բարձրությունն է, իսկ FMD անկյունը՝ ABC հիմքով եւ D_1BC կողմնային նիստով կազմած երկնիստ անկյան այն գծային անկյունն է, որը եւ մեզանից պահանջվում էր կառուցել:

8°. Լավ խնդրի արժանիքներից մեկն այն է, որ նման խնդիրը ուրիշ լավ խնդիրներ է առաջացնում:

Նկատենք, որ վերը շարադրած լուծումը կարող է եւ նույնիսկ պետք է որոշ կասկածներ առաջացնի: Նկար 3-ում պատկերված արդյունքը (այն հանգում է նրան, որ մեր խնդրում հանդես եկող երեք ուղղահայացները հատվում են միեւնույն կետում) ստացել էինք՝ դիտարկելով պտտվող մարմինների շարժումները: Բայց չէ՛ որ մեր արդյունքը վերաբերում է երկրաչափության, այլ ոչ թե ֆիզիկայի բնագավառին. ուստի այն պետք է հաստատվի գուտ երկրաչափական միջոցներով, այսինքն՝ շարժման գաղափարից անկախ:

Իհարկե, նախորդ դատողությունները (տե՛ս 6 եւ 7 կետերը) համեմատաբար դժվար չէ ձեռքապատել

շարժման գաղափարից եւ պահանջվող արդյունքն ստանալ զուտ տարածաչափական նկատառումների հիման վրա (գնդային մակերևույթների հատում, ուղղանկյուն առաջաձգում՝ օրթոգոնալ պրոյեկտում): Սակայն այդ արդյունքը ոչ թե տարածաչափա-



Նկար 3. Բոլոր երեք «ճամփորդները» մի ընդհանուր նպատակադրման ունեն

կան, այլ՝ հարթաչափական թեորեմ է, եւ հետեւապես՝ այն պետք է ապացուցվի առանց տարածություն դուրս գալու՝ միմիայն հարթաչափության միջոցներով (*ինչպե՞ս*):

9°. Նկատի ունեցեք, որ տասներորդ դասարանի համար նախատեսված մեր խնդիրը կարող է միջոց ծառայել՝ լուսաբանելու որոշ ընդհանուր դրույթներ, որոնց մասին խոսել ենք ավելի վաղ: Այսպես



Նկար 4. Մնացածը հեշտ է

օրինակ՝ այստեղ եւս աշակերտները կարող են (եւ պարտավոր են) մասնակցություն ունենալ խնդրի վերջնական ձեւակերպման գործին: Այս խնդրում բավական ցայտուն է նաեւ հետազոտման փուլը եւ հարուստ է հետին պլանը:

Մեր խնդրում մի պահ եւս կա, որը կցանկանայի առանձնապես շեշտել. խնդիրն այնպես է կազմած, որ աշակերտների ուշադրությունը գրավի: Թեկուզ եւ այս խնդիրը անմիջական կապ չունի նրանց առօրյա փորձի հետ (ինչպես ավելի վաղ մեր դիտարկած՝ յոթերորդ դասարանի համար խնդիրը), բայց այն էլնում է աշակերտներին առավել հայտնի մի փաստից (եռանկյունու կառուցումը երեք կողմերով), այս խնդրում ամենասկզբից հատուկ ուշադրություն է դարձվում լայն հետաքրքրություն ներկայացնող մի գաղափարի (համանմանություն), խնդիրն ուղղված է հնարավոր գործնական կիրառությունների կողմը (տեխնիկական գծագրություն):

Անգամ փոքր հմտության, բայց շատ մեծ

ցանկության դեպքում ուսուցիչը կկարողանա իր բոլոր աշակերտների ուշադրությունն այս խնդրին դարձնել՝ բացառությամբ, թերեւս, իրոք բոլորովին անհույս բթամիտների:

§ 7. Ինչպես դասավանդում ուսուցանել

Մեզ մնաց եւս մեկ, սակայն կարելու հարց քննարկել՝ ուսուցիչների նախապատրաստման հարցը: Այն կետում եւ գտնվում եմ խիստ բարենպաստ դիրքում, քանզի գրեթե ամբողջությամբ համակարծիք եմ «պաշտոնական տեսակետին» (այստեղ նկատի ունեմ «Ամերիկյան Մաթեմատիկական ընկերության հանձնարարականները մաթեմատիկայի ուսուցիչների նախապատրաստման վերաբերյալ»^{*}). միայն հակիրճության համար ինձ թույլ կտամ ստորել մեջբերելու այս փաստաթուղթը՝ «Պաշտոնական հանձնարարականներ» անվանումով): Կանգ կառնեմ միայն երկու կետերի վրա՝ այն հարցերի վերաբերյալ, որոնց անցյալում բավականաչափ ժամանակ եւ աշխատանք եմ հատկացրել՝ վերջին տասը տարվա ընթացքում դասավանդողի գործնականորեն իմ ամբողջ աշխատանքը:

Կոպիտ ասած՝ կետեղից մեկը, որ նկատի ունեմ, վերաբերում է ապագա ուսուցիչների նախապատրաստման համակարգում «առարկայական» (մաթեմատիկական) դասընթացների դերին եւ բովանդակությանը, իսկ երկրորդը՝ մեթոդիկայի դասընթացներին:

^{*} Տե՛ս The American Mathematical Monthly, 67 (1960), էջը 982-991: [ԱՄՆ-ի բոլոր ստեղծագործաբար աշխատող մաթեմատիկոսներին եւ մաթեմատիկա դասավանդողներից շատերին միավորող Ամերիկյան Մաթեմատիկական ընկերությունը (The Mathematical Association of America, կրճատ՝ MAA) իր շրջանից ընտրել է բազմաթիվ նշանավոր գիտնականներ եւ ուսուցիչներ ներգրավող՝ դպրոցական մաթեմատիկայի հարցերով Օրագրային հանձնաժողովը (The Committee on the Undergraduate Program in Mathematics, կրճատ՝ CUPM), եւ ուսուցիչների նախապատրաստման հարցերով հատուկ Կոմիտեն (The Panel on Teacher Training, կրճատ՝ PTT)՝ CUPM-ի հովանու տակ, PTT-ի նախագահ էր նշանակվել խոշոր մաթեմատիկոս եւ ակադեմիկոս մանկավարժ Ջոն Բեմբրնին՝ միջին դպրոցում մաթեմատիկայի դասընթացի արդիականացման համար լայն միջազգային շարժման առաջնորդներից մեկը (Ջ.Բեմբրնիի եւ նրա համախոհների մանկավարժական գաղափարներին կարելի է ծանոթանալ հետեւյալ գրքի միջոցով՝ Ջ.Բեմբրնի, Ջ.Սուել, Ջ.Թոմփսոն, «Վերջավոր մաթեմատիկայի ներածություն», հրատ. «ԲԼ», 1963թ.): PTT-ի կազմած հանձնարարականները հաստատվել էին CUPM-ի եւ MAA-ի վարչության կողմից, ինչը Փոյային թույլ է տալիս դրանք «պաշտոնական» անվանելու: Այդ հանձնարարականների հիմնական պարզորոշ *մաթեմատիկայի ուսուցիչների զուտ գիտական պատրաստության բարձրացման* պահանջն է PTT-ի կողմից դիտարկվող ուսուցիչների հինգ խմբերից կամ «մակարդակներից» յուրաքանչյուրի համար՝ I մակարդակից (տարրական դպրոցի ուսուցիչներ) մինչեւ V մակարդակ (մաթեմատիկայի ուսուցիչներ պատրաստող «ուսուցչական բոլիջներ» դասավանդողներ), հանձնարարականներում մատնանշված են ուսուցիչների մաթեմատիկական նախապատրաստությանը ներկայացվող նվազագույն պահանջները, ընդ որում՝ լուրջ ուշադրություն է հատկացվում «վերջավոր մաթեմատիկայի» (Բեմբրնիի եւ նրա խմբի իմաստով) բաժիններով (բազմությունների հանրահաշիվ, մաթեմատիկական տրամաբանության

1^o. «Առարկայական» դասընթացների բովանդակությունը

Այժմ արդեն շատերն են ընդունում այն տխուր փաստը, որ միջին դպրոցների մեր ուսուցիչները, ընդհանուր առմամբ, իրենց առարկային բավարար չեն տիրապետում: Իհարկե, ինձ պատահել է հանդիպել միջին դպրոցի նաեւ լավ պատրաստված ուսուցիչների, բայց նրանց միջուկն էլ այնպիսիք (նրանցից ոմանց հետ առնչվել եմ), որոնց օգուտ տալու փափագը կարող է յուրաքանչյուրին հիացնել, սակայն մաթեմատիկական պատրաստությունը շատ-շատ է վիջում նրանց աշխատելու ցանկությունը: Ուսումնական դասընթացների բովանդակության շրջափնման առումով պաշտոնական հանձնարարականները գուցե եւ չի կարելի միանգամայն կատարյալ համարել, բայց, անկասկած, այդ հանձնարարականների իրացումը կհանգեցնէր ուսուցիչների նախապատրաստման էական բարելավմանը: Միայն ցանկանում եմ ուշադրություն հրավիրել մի կետի, որն, ըստ իմ խորին համոզմունքի, հարկավոր էր ներառնել պաշտոնական հանձնարարականների մեջ:

Մեր կողմից որեւէ առարկայի տիրապետելը գումարվում է կուտակված գիտելիքներից ձեռքբերված ունակություններից՝ «հմտություններից»: Հմտությունը (know-how*) կուտակված գիտելիքները (տեղեկատվությունը) կիրառելու ընդունակությունն է. իհարկե, հմտությունն անհնարին է առանց որոշ ինքնօրինակության, հնարամտության, մտածողության ինքնուրույնության: Մաթեմատիկայում հմտությունը՝ խնդիրներ լուծելու, ապացույցներ գտնելու, փաստարկները քննադատաբար վերլուծելու, մաթեմատիկական ասպարատից բավարար հեշտությամբ օգտվելու, կոնկրետ իրադրություններում մաթեմատիկական հասկացությունները ճանաչելու ունակությունն է:

Ամեն որ կհամաձայնի, որ մաթեմատիկայում հմտությունն ավելի կարելու է եւ նույնիսկ **շատ**

տարրեր, հավանականությունների տեսությունն եւ մաթեմատիկական վիճակագրությունն) նախապատրաստման հարցերին: Հանձնարարականներում ավելի քիչ ուշադրություն է հատկացվել մեթոդիկայի դասընթացներին (Curriculum-study courses՝ տե՛ս ստորև), որոնց վերաբերյալ ասված է միտյն, որ դրանք պետք է ապահովեն.

- 1) դասավանդման մեջ կիրառվող եւ գրավանության մեջ արտացոլված՝ միջին դպրոցի մաթեմատիկայի կատուցման փանապան տարբերակների իմացությունն ապագա ուսուցչի կողմից
- 2) նոր մաթեմատիկական գաղափարների մակածական (ինդուկտիվ) եւ արտածական (դեդուկտիվ) ներմուծման տեխնիկայի տիրապետումը եւ նոր նյութի շարադրման այս կամ այն համակարգի համեմատական արժանիքների եւ տեղի գնահատումը
- 3) գոյություն ունեցող մաթեմատիկական եւ մեթոդական գրականության իմացությունը
- 4) տարրական մաթեմատիկայի հիմնական գաղափարների եւ գործնական դասավանդման մեջ այդ գաղափարների իրացման միջոցների տիրապետումը
- 5) միջին դպրոցի դասընթացի մեջ ներդրված մաթեմատիկական գաղափարների եւ վարգասվող ասպարատի գործադրման հիմնական ուղիների ըմբռնումը:]

* Տառացիորեն՝ «գիտեմ, թե ինչպե՛ս» (ի հակադրումն «գիտեմ, որ» դարձվածքին):

ավելի կարելու, քան՝ միմիայն գիտելիքը: Բոլորը պահանջում են, որ միջին դպրոցը ոչ միայն մաթեմատիկական գիտելիքներ մատակարարի աշակերտներին, այլեւ նրանց մոտ կարողություններ վարգասի՝ ինքնուրույնություն, ինքնօրինակություն, ստեղծագործական ընդունակություններ: Սակայն գրեթե ոչ ոք այդ հիանալի բաները չի պահանջում մաթեմատիկայի ուսուցչից՝ մի՞թե դա պարադոքս չէ: Պաշտոնական հանձնարարականները նույնպես այս առումով լռություն են պահպանում: Գիտական աստիճան ստանալու նպատակով մաթեմատիկա ուսումնասիրող անձինք պետք է զբաղվեն գիտահետազոտական աշխատանքով, սակայն նաեւ մինչ գիտական աստիճան ստանալը նրանց ինքնուրույն աշխատանքի հնարավորությունն է ընձեռվում ենթասեմինարներում, գիտական սեմինարներում կամ դիպլոմի նախապատրաստման ժամանակ: Իսկ մաթեմատիկայի սպագա ուսուցչին նման հնարավորություն ոչ ոք չի ընձեռում, եւ պաշտոնական հանձնարարականների մեջ նույնպես խոսք անգամ չի ասվում ինքնուրույն կամ գիտահետազոտական աշխատանքի որեւէ տեսակի մասին: Բայց, եթե ուսուցիչն ինքը երբեք չի զբաղվել որեւէ տեսակի ստեղծագործական աշխատանքով, ապա ինչպե՛ս կարող է ոգեշնչել, ղեկավարել, աջակցել կամ նույնիսկ պարպապես արձանագրել իր սշակերտների ստեղծագործական ակտիվությունը: Այն ուսուցիչը, ում ամբողջ մաթեմատիկական գիտելիքները ձեռքբերված են փոտ հայեցողական ճանապարհով, հալիվ թե կարողանա օժանդակել իր աշակերտների կողմից առարկայի եռանդուն ուսումնասիրմանը: Եվ միանգամայն հնարավոր է, որ այն դասատուն, ում գլխում կյանքում եւ ո՛չ մի անգամ պայծառ միտք չի ծագել, ինքնուրույնություն ցուցաբերած աշակերտին կշտամբի՝ վերջինիս քաջալերելու փոխարեն:

Ըստ իս՝ հենց այդ է միջին դպրոցի շարքային ուսուցչի մաթեմատիկա տիրապետելու ամենամեծ բացը. նա եռանդուն մաթեմատիկական աշխատանքի ո՛չ մի փորձ չունի, իսկ հետեւապես՝ նրան չի կարելի վարպետ անվանել այն բնագավառում, որտեղ նա պարտավոր է դպրոցականներին սովորեցնել:

Ես չեմ կարող այստեղ որեւէ համադարման առաջարկել, բայց կարող եմ հաղորդակից դարձնել իմ փորձին: Ուսուցիչների համար կազմակերպել եւ բավմիցս ղեկավարել եմ **խնդիրների լուծման սեմինարներ**: Այդպիսի սեմինարներում առաջարկվող խնդիրները միջին դպրոցի ծրագրի շրջանակներից դուրս եկող որեւէ լրացուցիչ գիտելիքներ չէին ենթադրում, բայց պահանջում էին մտքի կենտրոնացման բավականին բարձր (երբեմն նույնիսկ շատ բարձր) մակարդակ եւ առողջ դատողություն. արդ՝ խնդիրների լուծման վրա ուսուցիչների աշխատանքը միանգամայն կարելի էր «ստեղծագործական» աշխատանք անվանել: Ես ջանացել եմ սեմինարներս այնպես կազմակերպել, որ դրանք ունենդրողները կարողանային համարյա չձեւափոխելով օգտագործել այն նյութը, որը

դասավանդում են, որ կարողանային տարրական մաթեմատիկա տիրապետելու գործում իրենց ճարտարությունը կատարելագործել. նույնիսկ նրանց որոշ հնարավորություն էի ընձեռում՝ դասավանդման մեջ վարժվելու համար (ուսուցիչներին հանձնարարելով իրենց ընկերակիցների փոքրիկ խմբերում պարապմունքների անկապումը):

2. Մեթոդիկան

Մաթեմատիկայի հարյուրավոր ուսուցիչների հետ շփումների փորձից այն տպավորությունն եմ ստացել, որ «մեթոդական» դասընթացները նրանք սովորաբար ընկալում են խանդավառությամբ և չիղջեցնող պայմաններով: Հենց այդպես են նրանք վերաբերվում ուսուցիչներ պատրաստող բարձրագույն ուսումնական հաստատությունների մաթեմատիկական բաժանմունքներում ընթերցվող մեթոդիկայի սովորական դասընթացներին: Մի ուսուցիչ, ում հետ ինձ հաջողվել էր անկեղծորեն մի փոքր պրուցել, այս առիթով արտահայտվեց այսպես. «Մաթեմատիկայի պարապմունքներին մեզ այնչափ կարծր «բիֆշթեքս» են առաջարկում, որ ի վիճակի չենք «ծամելու», իսկ մեթոդիկայի դասընթացները կարելի է համեմատել պասուց ապուրի հետ, որտեղ առհասարակ ո՛չ մի պատահիկ միս չկա»:

Մեզ, իհարկե, անհրաժեշտ է սիրտ առնել եւ հրապարակալքն արկել այն հարցը, թե հարկավոր են արդյոք մեթոդիկայի դասընթացներն ապագա ուսուցիչներին: Ռե՛ս դրանք ընդհանրապես անօգտակար են: Կարծում եմ՝ կարծիքների անկեղծ փոխանակությունն այդ առումով կտա ավելին, քան թե մշտական քրթմնջոցը:

Անտարակույս՝ բարդ հարցեր այստեղ շատ կան: Արդյո՞ք կարելի է ընդհանրապես դասավանդում սովորեցնել (ինչպես շատերն են մեզանից կարծում, դասավանդումն արվեստ է՝ իսկ կարելի է արդյո՞ք արվեստ ուսուցանել): Արդյո՞ք առհասարակ գոյություն ունի այնպիսի գիտաճյուղ, ինչպիսին է մաթեմատիկայի մեթոդիկան (այն, ինչն ուսուցիչը հաղորդում է իր աշակերտներին, ո՛չ մի դեպքում ավելի լավ չէ այն բանից, ինչը բովանդակվում է հենց իր մեջ, դասավանդումը կախված է ուսուցչի անհատական հատկություններից, եւ սովորեցման լավ մեթոդներ ճիշտ այնքան կան, որքան՝ աշխարհում լավ ուսուցիչներ): Ուսուցչի նախապատրաստմանը հատկացվող ժամանակը բաժանվում է մաթեմատիկայի դասընթացների, մեթոդիկայի դասընթացների եւ գործնական պարապմունքների միջեւ. գուցե՛ մեթոդական բովանդակությամբ դասընթացներին հարկավոր է ավելի քիչ ժամանակ հատկացնել (շատ եվրոպական երկրներ այդ դասընթացներին շատ ավելի պակաս ուշադրություն են հատկացնում, քան՝ ընդունված է ԱՄՆ-ում):

Հուսով եմ, որ երիտասարդությունը, որն ավելի համարձակ է եւ ավելի եռանդուն, քան՝ ես, ժամանակ կգտնի այդ հարցի լուրջ եւ անկանխակալ քննարկման համար:

Ես կարող եմ խոսել միայն ի՛մ անձնական փորձի

մասին, եւ դրված հարցերից գլխավորի պատասխանն ինձ հայտնի է. *մեթոդիկայի դասընթացներն օգտակար եմ համարում*: Իրականում այն ամենը, ինչն այստեղ շարադրել եմ, այդպիսի դասընթացի կառուցման մի փորձ է կամ ավելի շուտ՝ մի քանի թեմաների ուրվագիր, որոնք պետք է մտնեն մաթեմատիկայի ուսուցիչների համար նախատեսված մեթոդիկայի դասընթացի մեջ՝ ըստ համոզմունքիս: Բոլոր դասընթացները, որոնք ընթերցել եմ մաթեմատիկայի ուսուցիչներին, այնպես էին կառուցված, որ ինչ-որ չափով նաեւ մեթոդիկայի դասընթացներ լինեին: Դասընթացի անվանման մեջ սովորաբար մատնանշվում էր միայն ուսումնական առարկան, որին նվիրվում էր այդ դասընթացը, իսկ հատկացվող ժամանակը բաշխվում էր մաթեմատիկայի եւ դրա դասավանդման մեթոդիկայի միջեւ՝ հավանաբար, ողջ ժամանակի ինք տասներորդը ծախսվում էր առարկայի, եւ մեկ տասներորդը՝ մեթոդիկայի վրա: Ըստ հնարավորության՝ դասընթացը կառուցվում էր երկխոսության ձեւով: Որոշ մեթոդական դիտողություններ (իմ կամ սովորողների) միջադեպային բնույթ ունեին, սակայն կարելու փաստի արտածումը կամ խնդրի լուծումը համարյա միշտ ավարտվում էին հարցի մեթոդական տեսանկյունի քննարկմամբ: «Արդյո՞ք կարող եք դա կիրառել ձեր դասարանական սյարապմունքներին, - հարցնում էի լսարանին: - Ծրագրի ո՞ր կետն է նման կիրառում թույլ տալիս: Ինչի՞ վրա է հարկավոր հատուկ ուշադրություն դարձնել: Ինչպե՛ս կփորձեիք դա շարադրել դասարանին»՝ նման տեսակի հարցեր (պատշաճ տեսքով ձեւակերպված) կանոնավոր կերպով ընդգրկվում էին նաեւ քննական տոմսերում: Սակայն իմ գլխավոր հոգսն էր սովորեցման գործընթացի այս կամ այն կողմերը լուսաբանող խնդիրների ընտրությունը (այս գլխում դիտարկված երկու խնդիրների նման):

3°. Պաշտոնական հանձնարարականները մեթոդիկայի դասընթացներն անվանում են «նախագծերի եւ ծրագրերի ուսումնասիրման դասընթացներ» (curriculum-study courses) եւ այդ հարցում այնքան էլ պերճախոս չեն: Սակայն կարող եք այդտեղ մի խորհուրդ գտնել, որն ինձ հոյակապ է թվում (թեպետ այդ խորհուրդը դյուրին չէ հայտարարել, այդ նպատակով հարկ կլինի երկարատեւ պարկաբանում, թե ինչի՞ է հավասար երկու անգամ երկուսը՝ «նախագծերի եւ ծրագրերի ուսումնասիրման դասընթացներ» բաժնի վերջին դարձվածքը վուզադրելով «IV մակարդակի»՝ համար հանձնարարականների հետ): Խորհուրդն այդ այսպիսին է՝ *քոլեջի դասախոսը, ով մտադիր է*

* «Պաշտոնական հանձնարարականներում» «IV մակարդակը» (մաթեմատիկայի գծով խորացրած պատրաստությամբ դպրոցներում՝ մաթեմատիկական վերլուծության տարրեր, գծային հանրահաշիվ, հավանականությունների տեսություն եւ այլ հատուկ առարկաներ դասավանդողները) մեր պայմաններում համապատասխանում է մասնագիտացված մաթեմատիկական դպրոցների ուսուցիչների խմբին:

մաթեմատիկայի մեթոդիկայի դասընթաց ընթերցել, պետք է հենց մաթեմատիկա բաժանանաչափ լավ տիրապետի: Կցանկանայի նաև ավելացնել, որ նա նմանապես պետք է ունենա գիտահետազոտական աշխատանքի որոշակի փորձ՝ թեև ուղիղ ամենա-համեստ: Եթե նման փորձ նա չունի, ապա ինչպե՞ս կարող է իր ունկնդիրների մոտ խթանել այն, ինչն ապագա ուսուցչի կարելու-րագույն արժանիքներից մեկն է՝ ստեղծագործական հետապոստման ոգին:

Բավական երկար ժամանակ հոգնեցնում էի ձեզ իմ ծերունական շաղակրատանքով: Սակայն դրանից ինչ-որ օգուտ կարող է ստացվել: Առաջարկում եմ կշռադատել մեր խոսակցությունից բխող հետելյալ առաջարկները՝ Մաթեմատիկական ընկերության «պաշտոնական հանձնարարականներին» ավելացնել հետելյալ երկու կետերը.

I. *Մաթեմատիկայի ուսուցիչների նախապատրաստումը պետք է ներառնի համապատասխան մակարդակում ինքնուրույն («ստեղծագործական») աշխատանքի տարրեր՝ խնդիրների լուծման սեմինարի կամ որևէ այլ ձևով*

II. *Մեթոդիկայի դասընթացները պետք է սերտորեն կապված լինեն մաթեմատիկայի դասընթացների կամ գործնական դասավանդման հետ. դրանք պետք է ընթերցեն (եթե միայն դա հնարավոր է) բարձրագույն ուսումնական հաստատությունների միայն այն դասախոսները, ովքեր ունեն ինչպես մաթեմատիկայի բնագավառում գիտահետազոտական աշխատանքի, այնպես էլ՝ գործնական դասավանդման փորձ:*

§ 8. Ուսուցչի դիրքորոշումը¹⁾

Ինչպես արդեն հիշատակել եմ, ուսուցիչներին ընթերցված դասընթացներս ինչ-որ չափով «մեթոդիկայի դասընթացներ» էին: Ընթերցելով դրանք՝ մշտապես ուշադրությունս բեւեռել եմ այն հարցերին, որոնք ուսուցչին կարող են օգտակար լինել նրա ամենօրյա աշխատանքում: Ուստի ոչ մի կերպ չէի կարող շրջանցել հարցը այն խնդրի մասին, որն ուսուցիչը լուծում է ամեն օր, եւ նրա դիրքավորման մասին: Հետզհետե դիտողություններս սկսեցին ասույթային ձեւ ստանալ եւ ի վերջո՝ հակիրճ արտահայտությունը գտան հետելյալ՝ «Ուսուցչի տասը պատվիրաններ»-ի տեսքով.

ՈՐՄՈՒՑՉԻ ՏՍՍԸ ՊԱՏՎԻՐԱՆՆԵՐԸ

- 1. Հետաքրքրվեցե՛ք ձեր առարկայով
- 2. Իմացե՛ք ձեր առարկան
- 3. Իմացե՛ք, թե ո՞ր ճանապարհով կարելի է ուսումնասիրել այն, ինչը ձեզ անհրաժեշտ է: Ուսումնասիրման լավագույն ձեւը ինքնուրույն հայտնաբերելն է

¹⁾ Տե՛ս նաև հեղինակի [3] հոդվածը:

4. *Կարողացե՛ք կարգալ աշակերտների դեմքերը: Չանացե՛ք տեսնել, թե ի՞նչ են սպասում նրանք ձեզանից, ըմբռնել նրանց դժվարությունները. կարողացե՛ք ձեզ իրենց տեղը դնել*

5. *Մի՛ սահմանափակվեք մերկ տեղեկատվությամբ. ջանացե՛ք աշակերտների մոտ որոշակի ունակություններ, խելքի անհրաժեշտ կերտվածք եւ կանոնապահ աշխատանքի սովորություններ կարգացնել*

6. *Չանացե՛ք նրանց կռահել սովորեցնել*

7. *Չանացե՛ք նրանց ապացույցել սովորեցնել*

8. *Հայտաբերե՛ք ձեր խնդրում այն, ինչը կարող է ուրիշ խնդիրների լուծման ժամանակ պետք գալ. սվյալ կոնկրետ իրադրության խորքից ջանացե՛ք ընդհանուր մեթոդը երևան հանել*

9. *Մի՛ հայտնեք անմիջապես ձեր գաղտնիքը, թող աշակերտները փորձեն կռահել այդ գաղտնիքը՝ մինչ այն նրանց կհաղորդեք. թողե՛ք աշակերտներն իրենք հնարավորին չափ շատ բան գտնեն*

10. *Օգտագործե՛ք գլխի գյող ցուցումները, բայց ձեր կարծիքը բռնի կերպով մի՛ պարտադրեք:*

Այժմ ցանկանում եմ այս տասը կանոնները համադրել փոքրիկ մեկնաբանություններով:

Այս կանոնները ձեւակերպելով՝ նկատի ունեի միջին դպրոցի մաթեմատիկայի ուսուցիչների համար նախատեսված սեմինարներիս մասնակիցներին. սակայն մեր կանոնները կիրառելի են սովորեցման ցանկացած տեսակի համար, ցանկացած մակարդակով շարադրվող՝ ցանկացած առարկայի համար: Բայց հենց միջին դպրոցում եւ հատկապես մաթեմատիկայի ուսուցիչների առջև են ամենամեծ հնարավորությունները բացվում այդ կանոններից մի քանիսի կիրառման համար. մասնավորապես՝ դա վերաբերում է 6, 7 եւ 8 կանոններին:

Ո՞ւմ հեղինակությամբ են հաստատված այս 10 պատվիրանները: Թանկագին ընկերակից-ուսուցիչ, մի՛ ենթարկվեք *ոչ մի* հեղինակության՝ թող ձեզ դեկավարի միայն սեփական փորձը եւ այդ փորձի վրա խարսխվող սեփական դատողությունը: Աշխատե՛ք պարզ տեսնել, թե ի՞նչ է նշանակում այս կամ այն խորհուրդը կոնկրետ իրադրության մեջ: որին բախվել եք, փորձարկե՛ք այդ խորհուրդը դասարանում եւ կայացրե՛ք ձեր վերջնական եզրակացությունը միայն անցկացրած փորձի անաչառ վերլուծությունից հետո:

Այժմ հաջորդաբար դիտարկենք այս 10 կանոնները մեկը մյուսի ետեւից՝ հատուկ ուշադրություն հատկացնելով մաթեմատիկայի դասավանդման խնդիրներին:

1°. Գոյություն ունի դասավանդման միայն մի անխափան եղանակ, եթե ուսուցիչը հափշտակված է իր առարկայով, ապա հափշտակված կլինի նաև ամբողջ դասարանը:

Այս դիտողությունը պետք է որ բավարար լինի, որպեսզի ակնհայտ դառնա ուսուցչի առաջին եւ ամենագլխավոր պատվիրանը. «*Հետաքրքրվեցե՛ք ձեր առարկայով*»:

2°. Եթե առարկան ձեզ չի հետաքրքրում, ապա հրաժարվե՛ք դասավանդումից, որովհետեւ երբեք չեք կարողանա այն լավ շարադրել: Հետաքրքրությունը sine qua non* է՝ միանգամայն անհրաժեշտ պայման, որը, սակայն, դեռեւս բավարար չէ: Ամենաանկեղծ շահագրգռվածությունը եւ մեթոդական հնարքների առատությունը ձեզ չեն օգնի ուրիշներին լավ բացատրելու այն: Ինչն ինքներդ վատ եք հասկանում:

Այս դիտողությունն էլ պետք է որ բավարար լինի՝ ակնհայտ դարձնելու համար ուսուցչի երկրորդ պատվիրանը. «*Իմացե՛ք ձեր առարկան*»:

Ուսուցչին անհրաժեշտ է ե՛լ հետաքրքրվել իր առարկայով, ե՛լ գիտենալ այն: Հետաքրքրությունը եւս առաջին տեղն է մղում, քանի որ իսկական հետաքրքրության առկայությունն դեպքում դուք լավ հնարավորություններ ունեք՝ անհրաժեշտ գիտելիքներ ձեռք բերելու համար, այնինչ հետաքրքրության բացակայությունը՝ անգամ առարկային որոշ չափով ծանոթ լինելու դեպքում, բացառիկ վատ ուսուցիչներ է հեշտությամբ ստեղծում:

3°. Ուսումնասիրման գործընթացի հոգեբանական կողմին նվիրված լավ դասախոսությունն ունկնդրելով կամ լավ գիրք ընթերցելով՝ շատ օգուտ կարող եք քաղել, սակայն ո՛չ գրքերի ընթերցումը, ո՛չ դասախոսությունների ունկնդրումը նշված գործընթացի բացարձակապես անհրաժեշտ հատկանիշները չեն, եւ համենայն դեպս՝ ո՛չ մի կերպ բավարար չեն այդ գործընթացի արդյունավետության համար: Դուք պետք է գիտենաք, թե *ո՛ր ճանապարհով կարելի է ուսումնասիրել այն, ինչը ձեզ անհրաժեշտ է*, ուսումնասիրման գործընթացի հետ պետք է սերտորեն ծանոթ լինեք *սեփական փորձի՝* ինքնուրույն ուսումնասիրման գործընթացում ձեռքբերած եւ սեփական աշակերտների վնասումից քաղած փորձի հիման վրա:

Վատ է, երբ ներքին դրդապատճառներ չունենալով՝ համաձայնվում են սկզբունքի հետ. է՛լ ավելի վատ է, երբ միայն խոսքերով է սկզբունքին տուրք հատուցվում: Սակայն դեպք կտ, երբ իսկապես ոչ մի կերպ չի կարելի իրեն թույլ տալ՝ բավարարվելու սկզբունքի հետ մակերեսային կամ միայն առերեսույթ համաձայնությամբ, այստեղ նկատի ունեմ դասավանդման հիմնական՝ եռանդուն ուսումնասիրման սկզբունքը¹⁾: Դուք պետք է լիովին հասկանաք, որ ուսումնասիրման գործընթացում այդ սկզբունքը կենտրոնական

տեղն է պաղեցնում: *Ուսումնասիրման լավագույն ձեւը ինքնուրույն հայտնաբերելն է:*

4°. Նույնիսկ իսկական գիտելիքների տիրապետելով, աշխույժ հետաքրքրությունն ցուցաբերելով եւ ինչ-որ չափով ուսումնասիրման գործընթացը հասկանալով՝ դուք կարող եք թույլ ուսուցիչ մնալ: Ընդունում եմ, որ այդ դեպքը չի կարելի սովորական համարել, բայց դա այնքան էլ հազվադեպ չէ: Մեզանից ոմանց վիճակվել է հանդիպել բոլոր տեսակետներից միանգամայն իրազեկ, բայց իր դասարանի հետ կապ հաստատել չկարողացող ուսուցչի: Որպեսզի մեկ անհատականությունն արդյունքում հանգեցնի այլ անհատականությունների՝ աշակերտների կողմից առարկայի ուսումնասիրմանը, նրանց միջեւ որոշակի կապ պետք է հաստատվի՝ ուսուցիչը պետք է ըմբռնի աշակերտի դիրքավորումը, պետք է կարողանա անհրաժեշտ պահին սատարել նրան: Դրա վրա է խարսխվում հաջորդ պատվիրանը. «*Կարողացե՛ք կարդալ աշակերտների դեմքերը: Ջանացե՛ք տեսնել, թե ի՞նչ են սպասում նրանք ձեզանից, ըմբռնել նրանց դժվարությունները. կարողացե՛ք ձեզ իրենց տեղը դնել*»:

Աշակերտների արձագանքն այն բանին, ինչն ուսուցանում եք նրանց, կախված է պատրաստվածության մակարդակից, ապագայի նրանց հեռանկարներից, նրանց հետաքրքրություններից: Ուստի միշտ հիշեք եւ հաշվի առեք, թե ի՞նչ գիտեն նրանք եւ ի՞նչ չգիտեն, ի՞նչ կցանկանային իմանալ եւ ի՞նչը նրանց բոլորովին չի հուզում, ի՞նչ պետք է նրանք գիտենան եւ ի՞նչը կարող են չգիտենալ:

5°. Նախորդ չորս կանոնները մանկավարժական հմտության հիմքում են դրված: Ամբողջությամբ վերցրած՝ դրանք հաջողակ դասավանդման անհրաժեշտ եւ բավարար պայմանների նման մի բան են կազմում: Եթե դուք հետաքրքրվում եք ձեր առարկայով եւ գիտեք այն, եթե, բացի այդ, կարող եք ձեզ աշակերտի տեղը դնել եւ տեսնել, թե ի՞նչն է խթանում ուսուցումը եւ ի՞նչն է այն դժվարացնում, ապա դուք արդեն իսկ լավ ուսուցիչ եք կամ շուտով այդպիսին կդառնաք՝ դուք միայն որոշ փորձի պահանջ կարող է դեռ զգաք:

Մեզ մնում է նախորդ կանոնների որոշ հետեւանքները մեկնաբանել՝ գլխավորապես այնպիսիները, որոնք միջին դպրոցում մաթեմատիկայի ուսուցչի դիրքավորմանն են վերաբերում:

Ցանկացած գիտելիք կազմված է մասամբ՝ «տեղեկատվությունից» («զուտ իմացություն») եւ մասամբ՝ «հմտությունից» (know-how): Հմտությունը վարպետություն է, սեփական նպատակներին հասնելու համար ձեր ունեցած տեղեկություններն օգտագործելու կարողությունը, հմտությունը, բացի այդ, կարելի է բնորոշել՝ որպես որոշակի ունակությունների ամբողջություն: Վերջին հաշվով՝ հմտությունը մեթոդաբար աշխատելու կարողությունն է:

* Պարտադիր պայման (լատ.):

¹⁾ Տե՛ս §4-ի 1 կետը եւ §5-ի 1 կետը: Խորհուրդ է տրվում ծանոթանալու նաեւ ավելի վաղ քննարկված՝ մյուս երկու սկզբունքներին:

Մաթեմատիկայում հմտությունը՝ խնդիրներ լուծելու, ապացուցումներ կատարելու, ինչպես նաև՝ ստացված լուծումներն ու ապացուցումները քննադատաբար վերլուծելու ունակությունն է: Մաթեմատիկայում հմտությունը շատ ավելի կարելու է, քան՝ միմիայն գուտ գիտելիքը, քան՝ մերկ տեղեկատվությունը: Այդ՝ մաթեմատիկայի ուսուցչի համար հատուկ կարևորություն ունի հաջորդ պատվիրանը. «Մի՛ սահմանափակվեք միմիայն փաստերի հաղորդմամբ, ջանացե՛ք աշակերտներին մոտ որոշակի ունակու- թյուններ, խելքի անհրաժեշտ կերտվածք եւ կանոնապահ աշխատանքի սովորություն պարգայնել»:

Քանի որ մաթեմատիկայում հմտությունը գիտելիքից կարելու է, ապա իմ կարծիքով՝ մաթեմատիկա սովորեցնելիս շատ ավելի կարելու է *ինչպե՛ս* դասավանդելը, քան՝ այն, թե *ի՞նչ* եք դասավանդում:

6°. Նախ՝ կռահեք, իսկ այնուհետև՝ ապացուցեք սովորաբար այսպես է հայտնագործություն արվում: Դուք դա պետք է գիտենաք (ամենից լավը՝ սեփական փորձից), եւ բացի այդ՝ պետք է իմանաք, որ մաթեմատիկայի ուսուցիչը բավարժիվ հիանալի հնարավորություններ ունի՝ հայտնագործության մեջ կռահողության դերը ցուցադրելու եւ դրանով իսկ աշակերտների մոտ խելքի այն կերտվածքի պարգայնմանը նպաստելու համար, որը ցանկացած հետապոտական աշխատանքում հիմնավորապես կարելու նշանակություն ունի: Վերջին հանգամանքը հայտնի չէ այն չափով, որքան դա անհրա- ժեշտ է, եւ հենց այդ պատճառով հատուկ ուշադրության է արժանի: Կցանկանալի՝ այդ առումով հոգ տանեիք ձեր աշակերտներին: *Ջանացե՛ք նրանց կռահել սովորեցնել:*

Թույլ եւ թեթեւամիտ աշակերտները կարող են առավել «վայրենի» կռահումներ եւ ենթադրություններ առաջադրել: Այն, ինչը պարտավոր ենք նրանց սովորեցնել՝ «նպատակաուղղված», «իմաստավորված», «խելամիտ» կռահումն է: Խելամիտ կռահումը հիմնված է մակաժման (ինդուկցիայի) եւ համանմանության (անալոգիայի) իմաստավորված կիրառման վրա եւ վերջին հաշվով՝ ցանկացած գիտական մեթոդի մեջ կարելու դեր խաղացող «ճշմարտանման դատողություն- ների» բոլոր փուլերն է ներգրավում¹⁾:

7°. «Մաթեմատիկան ճշմարտանման դատողությունների լավ դպրոց է:» Այս պնդումն ամփոփում է նախորդ կանոնի հիմքում ընկած հետեւությունը, այն կարող է ինչ-որ մեկին պարմացնել եւ բոլորովին նոր ծագում ունի, ինչ թվում է նույնիսկ, որ կարող եմ դրա հեղինակն անվանվելու պատվին հավակնել:

«Մաթեմատիկան արտածական (դեզուկ- տիվ), կամ ապացուցական դատողություն- ների լավ դպրոց է:» Այս պնդումը ոչ մեկին չի շվարեցնի, հնարավոր է, որ դրա մի որեւէ

տարբերակը նույնքան վաղեմի է, որքան եւ մաթեմատիկան ինքը: Իրականում ճիշտ է շատ ավելի խիստ պնդումը՝ մաթեմատիկայի սահ- մանները ներառում են պարզացման այն մակարդակին հասած, ցանկացած գիտությանը վերաբերող, ապացուցական դատողությունների ամբողջ տիրույթը, որի դեպքում այդ գիտությանը վերաբերող հասկացությունները կարող են արտա- հայտվել վերացական, տրամաբանական մաթեմա- տիկական ձեւով: Այդ մակարդակից ներքեւ՝ խ- կապես ապացուցական դատողությունը տեղ չունի (այսպես օրինակ՝ մեր ամենօրյա կյանքում խիստ «ապացուցմամբ» ուղեկցվող դատողություններ հույժ հարվադեպ են հանդիպում): Պարզ է (եւ ան- հրաժեշտությունն չունեմ բոլորի կողմից ընդունված այդ տեսակետը ընդարձակորեն փաստարկելու), որ մաթեմատիկայի ուսուցիչը պետք է իր բոլոր աշակերտներին (թերեւս, բացի ամենակրտսեր դասարաններում սովորողներից) ծանոթացնի ապացուցական դատողություններին: *Ջանացե՛ք նրանց ապացուցել սովորեցնել:*

8°. «Հմտությունները», ունակությունները մաթեմատիկական կուլտուրայի առավել կարելու բաղկացուցիչ մասն են կազմում, շատ ավելի կարելու, քան՝ որոշակի փաստերի եւ թեորեմների պարզապես գիտենալը: Բայց ինչպե՛ս հմտություն սովորեցնել: Աշակերտները կարող են անհրաժեշտ ունակություններ ձեռք բերել *միայն* ընդօրի- նակման եւ, հատկապես, գործնական աշխատանքի ճանապարհով:

Խնդրի լուծումը ցուցադրելիս՝ *առանձնապ- րե՛ք այդ լուծման ուսանելի կողմերը*: Լուծման որոշակի կողմը կարող է «ուսանելի» կոչվել, եթե այն արժանի է ընդօրինակման, այսինքն՝ եթե կարելի է այն օգտագործել ոչ միայն ինչ-որ մեկ խնդրի, այլ նաև՝ ուրիշ խնդիրների լուծման համար, եւ որքան ավելի հաճախ է կիրառվել նշված առանձ- նահատկությունը, այնքան ավելի ուսանելի պետք է այն համարել: Լուծման ուսանելի առանձնա- հատկություններն ընդգծեք ոչ միայն դրանց գովաբանմամբ (ինչը կարող է եւ հակառակ տպավորությունն առաջացնել), այլ եւ գլխա- վորապես ձեր *պահելաձեւով* (մի փոքր դե- րասանությունը շատ լավ է՝ լավ ուսուցիչը պետք է գոնե մի քիչ դերասան լինի): Հաջող կերպով պատված առանձնահատկությունը կարող է ձեր լուծումը *տիպականի* վերածել՝ ուսանելի մի մեթոդի, որն ընդօրինակելով՝ աշակերտները կկարողանան բավարժիվ այլ խնդիրներ լուծել: Այստեղից էլ կանոնը. «Հայտաբերե՛ք ձեր խնդրում այն, ինչը կարող է ուրիշ խնդիր- ների լուծման ժամանակ պետք գալ, սվյալ կոնկրետ իրադրությունից ջանացե՛ք ընդ- հանուր մեթոդը երեւան հանել»²⁾:

¹⁾ Համեմատի՛ր նաև հեղինակի մի այլ մտքի հետ, մեկ անգամ կիրառված գաղափարը արհեստական հղանակ է, կրկնակի կամ եռակի կիրառված՝ արդեն մեթոդ է դառնում:

²⁾ Ցանկանո՛ւմ եք արդյոք հետագա մանրամասնու- թյուններ: Ընթերցե՛ք «Մաթեմատիկական հայտնություն» գիրքն ամբողջությամբ:

¹⁾ Համեմատի՛ր նաև հեղինակի [4] գրքի հետ:

9°. Ուզում եմ խորհուրդ տալ ձեզ մի փոքրիկ հնարք, որին ամեն մի ուսուցիչ պետք է ծանոթ լինի. ինդրի քննարկմանը ձեռնամուխ լինելով՝ առաջարկեք աշակերտներին՝ կռահել լուծումը կամ պատասխանը: Աշակերտը, ում մտքում որևէ ենթադրություն է ծագել, որը նա համարձակվել է բարձրաձայն արտահայտել, դրանով իսկ իր վրա հետագայի համար որոշ պատասխանատվություն է վերցրել. մի՛ վախենաք, որ նա այնուհետև ուշադրությունը կշեղի. նա կհետևի լուծման ընթացքին, որպեսզի իմանա՝ արդյո՞ք իրավացի էր¹⁾:

Այս փոքրիկ հնարքը կարող է դիտվել՝ որպես հետևելյալ կանոնի (որն, իր հերթին, 3 եւ 6 կանոնների մի մասն է) շատ մասնահատուկ դեպք. «Մի՛ հայտնեք անմիջապես ձեր գաղտնիքը. թող աշակերտները փորձեն կռահել այդ գաղտնիքը՝ մինչ այն նրանց կհաղորդեք. թողն՛ք հենց իրենք հնարավորին չափ շատ բան գտնեն»:

Իրականում այս կանոնի հայտնագործման պատիվը պատկանում է Վոլտերին՝ նա այն արտահայտել է հետևելյալ առույթի տեսքով. «Le secret d'être ennuyeux c'est de tout dire» - «Եթե ձանձրալի եք ցանկանում լինել, ապա մինչև վերջ ամեն ինչ պատմեք»:

10°. Աշակերտն ինձ ցույց է տալիս մի երկար հաշվարկ: Իրա վերջին տողին հայացք ձգելով՝ տեսնում եմ, որ հաշվարկը ճիշտ չէ, սակայն չեմ շտապում աշակերտին այդ մասին տեղեկացնել: Գերադասում եմ «անցնել» ամբողջ հաշվարկով՝ տող առ տող. «Լա՛վ եք սկսել՝ ձեր հաշվարկի առաջին տողը ճիշտ է: Հաջորդը նույնպես՝ կատարել եք այսինչը եւ այսինչը: Հաջորդ տողում նույնպես սխալներ չկան: Այսպե՛ս, այսպե՛ս՝ իսկ ի՛նչ կարծիքի եք այս տողի մասին»: Միայն հենց այդ տողից է սկիզբ առնում, եւ եթե աշակերտն ինքը դա հայտարարի, ապա նա հնարավորություն ունի ինչ-որ բան սովորելու: Իսկ եթե միանգամից ասեմ. «Իս սխալ է», ապա աշակերտը կարող է նեղանալ եւ կդադարի ինձ լսել: Եվ ժթե ինձ թույլ տամ շատ հաճախակի ասել. «Իս սխալ է», ապա աշակերտն ինձ կատի՛ եւ հենց այդ աշակերտին վերաբերող բոլոր իմ հետագա ջանքերը կկորչեն իսկուր:

Թանկագին ընկերակից-ուսուցիչ. խուսափե՛ք այսպիսի բառերից՝ «Դուք սխալվել եք»: Իրանց փոխարեն՝ ասեք. «Ընդհանուր առմամբ՝ իրավացի՛ եք, բայց...»: Հավատացե՛ք ինձ՝ դա երեսպաշտություն չէ, այլ՝ ընդամենը միայն մարդկայնություն: Հնարավոր է, որ նման մեթոդիկա ձեզ կհուշի կանոն 4-ը: Սակայն այդ խորհուրդը կարելի է եւ ավելի բացահայտ ձևով հրամցնել. «Օգտագործե՛ք գլխի գյող ցուցումները, բայց ձեր կարծիքը բռնի կերպով մի՛ պարտադրեք»:

Մեր վերջին երկու կանոնները՝ 9 եւ 10, միեւնույն նպատակին են ուղղված. դրանք հանձնարարում են այնքան ազատություն եւ նախաձեռնություն տրամադրել աշակերտներին, որքան միայն հնարավոր է սովորեցման առկա

պայմաններում: Ժամանակի սղությամբ կաշկանդված՝ մաթեմատիկայի ուսուցիչը հաճախ գայթակղության է ենթարկվում մեղանչելու այս կանոնների, այսինքն՝ *ենանդուն ուսումնասիրման* սկզբունքի դեմ: Նա երբեմն շտապում է ստանալ լուծումը՝ աշակերտներին բավարար չափով ժամանակ չթողնելով, որպեսզի խորամուխ լինեն այդ լուծմանը: Նա կարող է հասկացողությունը գործադրության մեջ մտցնել կամ կանոնը ձեւակերպել չափազանց արագ՝ առանց բավարար նախապատրաստման, նախքան աշակերտներն այդպիսի հասկացողության կամ կանոնի անհրաժեշտությունը կզգան: Երբեմն նա կարող է գործել *deus ex machina** սկզբունքով, այսինքն՝ մի այնպիսի միջոցից օգտվել (օրինակ՝ երկրաչափական գծագրի վրա մի որևէ խորամանկամիտ օժանդակ գիծ անցկացնել), որն անմիջապես կհանգեցնի պահանջվող արդյունքին, բայց որի վերաբերյալ աշակերտները երբեք չեն հասկանա, թե ինչպե՛ս մարդ կարող է այդպիսի խորամանկության հանգել, որը նրանց վրա էր թափվել՝ որպես երկնային մանանա²⁾:

Նշված սկզբունքը խախտելու համար գայթակղություններ շատ կան: Արդ՝ ուշադրությունը շեշտենք այդ սկզբունքի մի բանի այլ տեսանկյուններից.

Հասե՛ք այն բանին, որ ձեր աշակերտները հարցեր տան, կամ ինքնե՛րդ տվեք այն հարցերը, որոնք կարող էին նրա՛նց մոտ ծագել

Հասե՛ք այն բանին, որ ձեր աշակերտները կարողանան հարցերին պատասխանել, կամ ինքնե՛րդ պատասխանեք այդ հարցերին՝ բայց այնպես, ինչպես կարող էին ձեր աշակերտները դրանց պատասխանել:

Բոլոր հանգամանքներում աշխատեք խուսափել այն հարցերից, որոնք երբեք չեն ծագում ո՛չ մեկի մոտ, այդ թվում նաեւ՝ հենց ձե՛զ մոտ:

Ներածական խոսքը
և ուսուցիչի թարգմ.
ՌՈՒԵՐՏ ՀՈՎՍԵՓՅԱՆԻ

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Ջ.Փոյա. *Ուսուցման, դասավանդման եւ դասավանդում սովորեցնելու մասին (անգլիերեն)*, «American Mathematical Monthly», 70, 1963թ., էջը 605-619:
2. Ջ.Փոյա, Գ.Սեգյո. *Խնդիրներ ու թևորեմներ մաթեմատիկական վերլուծությունից՝ 2 հատորով (ռուսերեն)*, «Գոստիխիզատ» հրատ., Մոսկվա, 1956թ.:
3. Ջ.Փոյա. *Տարբ պատմիքաններ ուսուցչի համար (անգլիերեն)*, «Journal of Education, Vancouver and Victoria», h.3 (1959թ.), էջը 61-69:
4. Ջ.Փոյա. *Մաթեմատիկան եւ ճշմարտանման դատողությունները (ռուսերեն)*, «Նաուկա» հրատ., Մոսկվա, 1975թ.:
5. Ջ.Փոյա. *Ինչպե՛ս խնդիր լուծել (ռուսերեն)*, «Ուշափոքից» հրատ., Մոսկվա, 1961թ.:

¹⁾ Համեմատի՛ր. §5-ի 2 կետի հետ:

* Աստված մեքինայի միջից (լատ.):
** Տե՛ս հեղինակի [4] գիրքը՝ 409-րդ եւ հաջորդող էջերը:

6. Ֆ.Դենկ, Վ.Հարթրոպֆ, Ջ.Փոյա. *Իմացաբանություն (էվրիսթիկա) (գերմաներեն)*. «Der Mathematikunterricht», 10, 1964թ., մաս 1-ին:
7. Ջ.Փոյա. *Իմացաբանական (էվրիսթիկ) դատողությունները թվերի տեսության մեջ (անգլերեն)*. «American Mathematical Monthly», 66, 1959թ., էջը 375-384:
8. Ջ.Փոյա. *Արդյո՞ք իմացաբանությունը (էվրիսթիկան) խելամիտ է որպես ուսումնասիրման առարկա (ֆրանսերեն)*. «La Methode dans les Sciences Modernes», 1958թ., էջը 279-285:
9. Ջ.Փոյա. *Ուսուցանումը խնդիրների միջոցով (ֆրանսերեն)*. «Enseignement mathematique», 13, 1967/1968թթ., հ.3, էջը 233-241:
10. Ջ.Փոյա. *Գաղափարագրային (եհերոգլիֆային) գրչության մասին (անգլերեն)*. «American Mathematical Monthly», 63, 1956թ., էջը 689-697:
11. Ջ.Փոյա. *Մաթեմատիկայի դասավանդումն ու կենսաձագուձնաբանական (կենսագենետիկային) օրենքը (անգլերեն)*. «The Scientist Speculates», «J. Good» հրատ., 1962թ., էջը 352-356:
12. Ջ.Փոյա. *Մաթեմատիկայի դասավանդումը Շվեյցարիայում (անգլերեն)*. «American Mathematical Monthly», 67, 1960թ., էջը 907-914:
13. Ջ.Փոյա. *Ավագ դպրոցի ապագա ուսուցիչների համար նախատեսված ուսումնական ծրագրի մասին (անգլերեն)*. «American Mathematical Monthly», 65, 1958թ., էջը 101-104:
14. Ջ.Փոյա. *Ժողովրդական բվեների նվազագույն մի մասը, որը կարող է հանգեցնել Միացյալ Նահանգների Նախագահի ընտրմանը (անգլերեն)*. «The Mathematics Teacher», 54, 1961թ., էջը 130-133:
15. *Ավագ դպրոցի մաթեմատիկայի ուսումնական ծրագրի մասին (65 անձանց կողմից ստորագրած հուշագիր) (անգլերեն)*. «American Mathematical Monthly», 69, 1962թ., էջը 189-193:
16. Գինկին Ե.Բ., Մոլշանով Ա.Ա., Ռուզինսալ Ա.Լ. *Մաթեմատիկական մրցույթներ՝ թվաբանությունն և հանրահաշիվ (ռուսերեն)*. «Նաուկա» հրատ., Մոսկվա, 1970թ.:
17. Գինկին Ե.Բ., Ռուզինսկի Վ.Ա. *Մաթեմատիկական զրույցներ (ռուսերեն)*. «Գոստիխիպատ» հրատ., Մոսկվա, 1952թ.:
18. Լակատոշ Ի. *Ապացույցներ և հերքումներ (ռուսերեն)*. «Նաուկա» հրատ., Մոսկվա, 1967թ.:
19. Վիտտենբերգ Ա.Ի. *Կրթությունը և մաթեմատիկան (գերմաներեն)*. Շտուտգարթ, 1963թ.:
20. Բուրբիշ Բ. *Մաթեմատիկայի դասավանդումը (անգլերեն)*. Նյու Յորք, 1963թ.: