Լ. Ս. ԱԹԱՆԱՍՅԱՆ, Վ. Ֆ. ԲՈՒՏՈՒԶՈՎ,
Ս. Բ. ԿԱԴՈՄՑԵՎ, Է. Հ. ՊՈԶՆՅԱԿ, Ի. Ի. ՅՈՒԴԻՆԱ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

7

Դասագիրք միջին
դպրոցի 7–րդ դասարանի համար

Հաստատված է ՀՀ կրթության և գիտության նախարարության կողմից՝ որպես դասագիրք հանրակրթական դպրոցի համար

Թարգմանված է ռուսերեն 15–րդ հրատարակությունից

Переводное издание выпущено в свет по лицензионному договору N 3/19–11 между ОАО “Издательство “Просвещение”” и ООО “Зангак–97”

Թարգմանությունը լույս է տեսել «Իզդատելստվո «Պրոսվեշչենիե»» ԲԲԸ և «Զանգակ–97» ՍՊԸ միջև կնքված N 3/19–11 արտոնագրային պայմանագրի համաձայն

Москва
“Просвещение” 2005

Երևան
«Զանգակ–97» 2011

ՀՏԴ 373.167.1:514 (075)
ԳՄԴ 22.151 ց 72
Ե 894

Դասագիրքը համապատասխանեցված է առարկայական ծրագրին

Թարգմանությունը, փոխադրումը և լրացումը՝ *Ս. Է. Հակոբյանի*

В переводном издании пункты 40, 42 в главе 4 добавлены переводчиком и за содержание этих глав авторский коллектив не несет ответственности

Թարգմանված հրատարակության 4-րդ գլխի ավելացումները (40, 42 կետեր) կատարել է թարգմանիչը, որոնց բովանդակության համար հեղինակային խումբը պատասխանատվություն չի կրում

Երկրաչափություն – 7
Ե 894 Դասագիրք հանրակրթ. դպր. 7-րդ դաս. համար/
Լ. Ս. Աթանասյան, Վ. Ֆ. Բուտուզով, Ս. Բ. Կադոմցև և
ուրիշներ.— Եր.: «Զանգակ-97», 2011.— 128 էջ:

Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов,
С. Б. Кадомцев, Э. Г. Позняк, И. И. Юдина

ГЕОМЕТРИЯ

Учебник для 7—го класса
(на армянском языке)
Ереван “Зангак—97” 2011

ՀՏԴ 373.167.1:514 (075)
ԳՄԴ 22.151 ց72

ISBN 978-99941-1-914-1

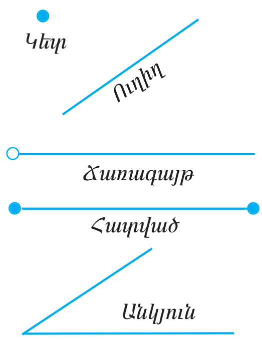
ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Սիրելի՛ յոթերորդ դասարանցիներ

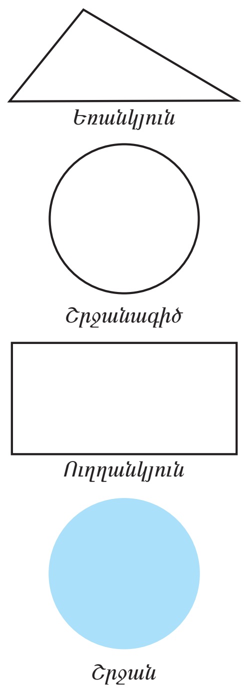
Դուք սկսում եք ուսումնասիրել մի նոր առարկա՝ *երկրաչափություն*: Այն ուղեկցելու է ձեզ ուսումնառության հետագա բոլոր տարիներին:

Երկրաչափության ակունքները շատ հեռավոր անցյալ ունեն. այն հնագույն գիտություններից մեկն է: Նրա անվանման մեջ ամփոփվում է երկու բառ՝ *երկիր* և *չափել*, իսկ դա ունի իր բացատրությունը: Երկրաչափության ծագումը կապվել է զանազան չափողական աշխատանքների հետ: Դրանք անհրաժեշտ են եղել հողամաս չափելիս, ճանապարհ անցկացնելիս, շենք ու շինություն կառուցելիս և բազմաթիվ այլ կարևոր գործեր կատարելիս: Այդ գործունեության ընթացքում աստիճանաբար բացահայտվել և հավաքվել են բազմաթիվ փաստեր ու կանոններ, որոնք վերաբերում են երկրաչափական չափումներին ու կառուցումներին: Այսպիսով՝ երկրաչափությունը ծագել է մարդկանց ամենօրյա խնդիրների հիման վրա և իր զարգացման սկզբնական փուլում ծառայել է առավելապես գործնական նպատակների համար: Հետագայում այն ձևավորվել է որպես երկրաչափական պատկերներ ուսումնասիրող մի ինքնուրույն գիտություն:

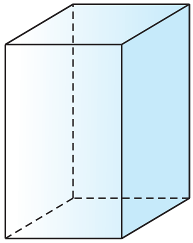
Ուսումնառության նախորդ տարիներին մաթեմատիկայի դասերին դուք ծանոթացել եք մի շարք երկրաչափական պատկերների և արդեն պատկերացնում եք, թե ինչ է կետը, ուղիղը, հատվածը, ճառագայթը, անկյունը *(նկ. 1)*, տեղեկություններ ունեք, թե դրանք ինչպիսի դասավորություն ունեն միմյանց նկատմամբ: Ծանոթացել եք մի քանի այլ պատկերների ևս, ինչպիսիք են, օրինակ՝ եռանկյունը, ուղղանկյունը, շրջանը և այլն *(նկ. 2)*: Կարող եք կատարել որոշ չափումներ. հատվածը՝ քանոնի օգնությամբ, անկյունը՝ անկյունաչափի օգնությամբ: Սակայն դրանք ընդամենը երկրաչափական նախնական տեղեկություններ են: Իսկ այժմ դուք ընդլայնելու և խորացնելու եք ձեր գիտելիքները երկրաչափական պատկերների վերաբերյալ: Ծանոթանալու եք երկրաչափական նոր պատկերների, իսկ ձեզ արդեն հայտնի պատկերների համար բացահայտելու եք կարևոր և հետաքրքիր շատ հատկություններ: Կսովորեք, թե երկրաչափական պատկերների հատկություններն ինչպես կարող եք կիրառել գործնականում:



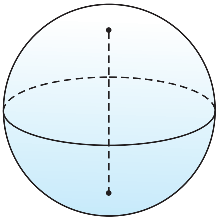
Նկ. 1



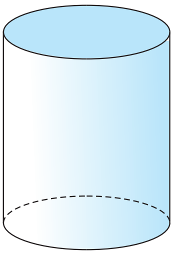
Նկ. 2



Ուղղանկյունանիստ



Գունդ



Գլան

Նկ. 3

Երկրաչափության դպրոցական դասընթացը բաղկացած է երկու հիմնական մասից՝ *հարթաչափությունից և տարածաչափությունից:*

Հարթաչափությունն ուսումնասիրում է հարթության վրա գտնվող պատկերների հատկությունները: Այդպիսի պատկերներ են, օրինակ՝ հատվածները, եռանկյունները, ուղղանկյունները: Տարածաչափությունն ուսումնասիրում է տարածության մեջ գտնվող պատկերների հատկությունները: Այդպիսի պատկերների օրինակներ են ուղղանկյունանիստը, գունդը, գլանը *(նկ. 3)*: Երկրաչափության ուսումնասիրությունը մենք սկսելու ենք հարթաչափությունից:

Երկրաչափության ուսումնասիրության ընթացքում դուք կապացուցեք թեորեմներ և կլուծեք խնդիրներ: Թե ինչ է *թեորեմը*, և ինչ է նշանակում *ապացուցել թեորեմը*, դուք շուտով կիմանաք: Նախապես ասենք, որ երկրաչափության մեջ ձեզ ոչ միայն կհաղորդվեն պատրաստի գիտելիքներ, այլև կպահանջվի հաստատել, որ բերված դատողությունները ճշմարիտ են: Դա շատ հետաքրքիր է, և ձեզ սպասվում է մտքի և իմացության նոր որակի աշխատանք:

Մաթեմատիկա սովորելիս դուք լուծել եք բազմաթիվ խնդիրներ և գիտեք, թե ինչ է խնդիրը: Երկրաչափության դասընթացում ևս կան զանազան խնդիրներ, դրանց մի մասը անմիջապես շարադրված է տվյալ թեմայի հետ, իսկ մյուսը՝ գլխի վերջում: Սրանցից առաջինները հիմնականն են. դրանք անհրաժեշտ են թեմայի յուրացման համար: Մյուսները նախատեսված են գիտելիքների առավել խորացման և կարողությունների զարգացման համար: Առավել դժվար խնդիրները դասագրքում նշված են աստղանիշով:

Դասագրքի վերջում զետեղված են խնդիրների պատասխանները, ինչպես նաև ցուցումներ առանձին խնդիրների համար:

Բնականաբար, ոչ բոլոր խնդիրներն են հեշտությամբ լուծվում, ջանքեր են պահանջում նաև որոշ թեորեմների ապացուցումները: Սակայն հիշեք, որ համբերատարության և համառ աշխատանքի շնորհիվ են ձեռք բերվում բոլոր նվաճումները: Դժվար պահերին չպետք է վարանել, այլ պետք է ցուցաբերել կամք և հնարամտություն: Անհրաժեշտ է խորհրդակցել և համագործակցել միմյանց հետ, դիմել ավագներին, իսկ առաջին հերթին՝ ուսուցչին: Երկրաչափություն սովորելը կնպաստի, որպեսզի ընդլայնվի ձեր մտահորիզոնը, զարգանա երևակայությունն ու տրամաբանելու կարողությունը, ամրապնդվի ձեր կամքն ու նպատակին հասնելու ձգտումը:

Հաջող ընթա՛ցք ձեզ, աղջիկնե՛ր և տղանե՛ր:

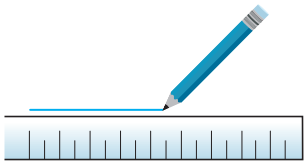
ԳԼՈՒԽ I

Երկրաչափական սկզբնական տեղեկություններ

§ 1 ՈՒՂԻՂ ԵՎ ՀԱՏՎԱԾ

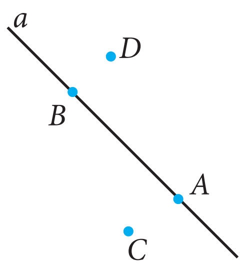
1. Կետեր, ուղիղներ, հատվածներ

Ի՞նչ գիտենք մենք կետերի և ուղիղների մասին: Հայտնի է, որ գծագրելիս ուղիղ պատկերելու համար օգտվում ենք քանոնից *(նկ. 4)*: Սակայն գծագրում պատկերում ենք ուղղի միայն մի մասը, մինչդեռ այն երկու կողմից անվերջ շարունակելի է: Այսինքն՝ ուղիղը պատկերացնում ենք որպես երկու կողմից անվերջ շարունակված: Ուղիղները, սովորաբար, նշանակում են լատինական փոքրատառերով, իսկ կետերը՝ լատինական մեծատառերով: Նկար 5-ում պատկերված են a ուղիղը և A, B, C, D կետերը: A և B կետերը գտնվում են a ուղղի վրա, իսկ C և D կետերը այդ ուղղի վրա չեն գտնվում: Նման դեպքում ասում են նաև, որ a ուղիղն անցնում է A և B կետերով, իսկ C և D կետերով չի անցնում: Իսկ կարո՞ղ ենք արդյոք A և B կետերով տանել մի այնպիսի ուղիղ, որ չհամընկնի a ուղղին: Կարևոր է նշել, որ այդպիսի մեկ այլ ուղիղ տանել հնարավոր չէ:



Ուղղի պատկերումը գծագրի վրա

Նկ. 4

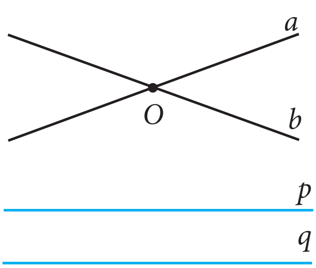


Ուղիղ և կետեր

Նկ. 5

Ընդհանրապես՝ *ցանկացած երկու կետով անցնում է ուղիղ, ընդ որում՝ կա այդպիսի միայն մեկ ուղիղ*[1]*:*

Այժմ դիտենք երկու ուղիղ: Եթե նրանք ունեն ընդհանուր կետ, ապա կասենք, որ այդ ուղիղները *հատվում են*: Նկար 6-ում a և b ուղիղները հատվում են O կետում, իսկ p և q ուղիղները չեն հատվում:



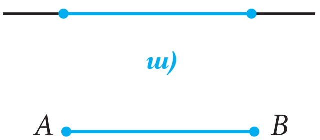
Նկ. 6

[1] Հիշի՛ր՝ այստեղ և հետագայում «երկու կետ», «երեք կետ», «երկու ուղիղ» և այլն ասելով՝ միշտ կհամարենք, որ այդ կետերը, այդ ուղիղները տարբեր են:

Երկու ուղիղներ չեն կարող ունենալ երկու կամ ավելի ընդհանուր կետեր: Բանն այն է, որ եթե երկու ուղիղներ ունենային երկու ընդհանուր կետ, ապա կստացվեր, որ այդ ուղիղներից յուրաքանչյուրն անցնում է նույն երկու կետով: Բայց չէ՞ որ երկու կետով անցնում է միայն մեկ ուղիղ: Այսպիսով՝ կարող ենք եզրակացնել. *երկու ուղիղներ կամ ունեն միայն մեկ ընդհանուր կետ, կամ ընդհանուր կետ չունեն:*

Նկատի ունենալով, որ երկու կետով անցնում է միայն մեկ ուղիղ, կարող ենք ասել, որ ուղիղը որոշելու համար բավական է նշել նրա որևէ երկու կետ: Ուղիղը, որի վրա նշված են երկու, օրինակ՝ A և B կետեր, կարելի է նշանակել նաև երկու տառով՝ AB կամ BA: Համառոտագրելու համար «A կետը գտնվում է a ուղղի վրա» նախադասության փոխարեն հաճախ օգտագործում են նաև $A \in a$ գրելաձևը, իսկ «D կետը չի գտնվում a ուղղի վրա» նախադասության փոխարեն՝ $D \notin a$ գրելաձևը:

7(ա) նկարում առանձնացված է ուղղի մի մասը, որը սահմանափակված է երկու կետով: Ուղղի այդպիսի մասը կոչվում է *հատված:* Հատվածը սահմանափակող կետերը կոչվում են նրա *ծայրեր* կամ *ծայրակետեր*: Նկար 7(բ)–ում պատկերված է A և B ծայրակետերով հատվածը: Այդ հատվածը նշանակվում է AB կամ BA: AB հատվածի վրա են գտնվում նրա A և B ծայրակետերը և AB ուղղի բոլոր այն կետերը, որոնք ընկած են A և B կետերի միջև:



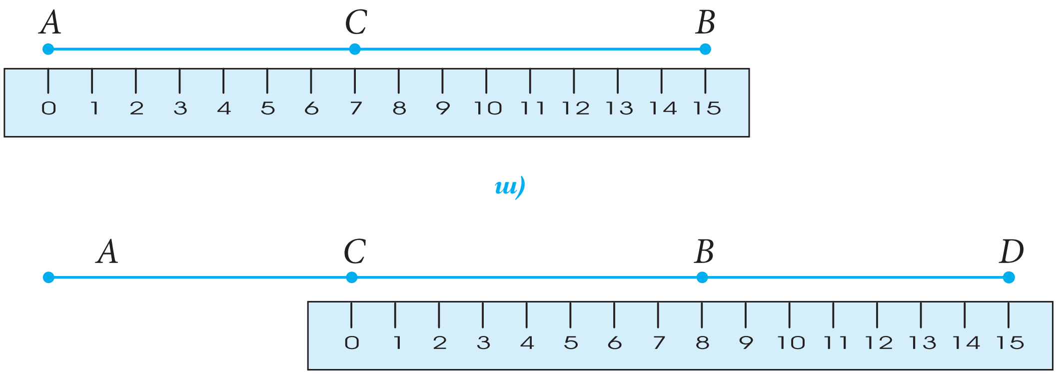
AB հատված

բ)

Նկ. 7

2. Ուղղի ձողանշումը տեղանքում

Առօրյա գործերի մեջ հաճախ անհրաժեշտ է լինում տանել ուղիղների երկար հատվածներ: Այսպես, օրինակ՝ շենք կառուցելիս, հողակտոր ցանկապատելիս, խճուղի կամ երկաթգիծ կառուցելիս, էլեկտրալարեր անցկացնելիս և այլ իրավիճակներում հարկ է լինում տեղանքում գործ ունենալ ուղիղների երկար հատվածների հետ: Ինչպե՞ս վարվել, չէ՞ որ մենք այդպիսի երկար քանոններ, բնականաբար, չունենք:



ա)

բ)

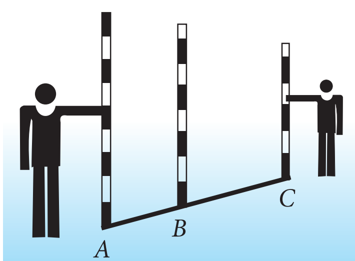
Նկ. 8

Նախ լուծենք այսպիսի մի խնդիր: *Տրված քանոնի օգնությամբ կառուցել այնպիսի հատված, որն ավելի երկար է, քան այդ քանոնը:*

Այդ նպատակով թղթի (կամ գրատախտակի) վրա դնենք քանոնը, նշենք *A* և *B* կետերը և մի որևէ *C* կետ՝ *A* և *B* կետերի միջև *(նկ. 8(ա))*: Այնուհետև քանոնը տեղաշարժենք դեպի աջ այնպես, որ *C* կետը հայտնվի նրա ձախ ծայրի մոտ: Քանոնի աջ ծայրի մոտ նշենք *D* կետը *(նկ. 8(բ))*: Պատկերված *A*, *B*, *C* և *D* կետերը գտնվում են մի ուղղի վրա: Եթե այժմ մենք տանենք նախ AB հատվածը, այնուհետև՝ *BD* հատվածը, ապա կստանանք *AD* հատվածը: Իսկ վերջինս ավելի երկար է, քան տրված քանոնը: Ուրեմն՝ մենք արդեն գիտենք, թե ինչպես գծել մեզ տրված քանոնից ավելի երկար հատված:

Այժմ վերադառնանք տեղանքում ուղիղների երկար հատվածներ տանելու խնդրին: Այդ խնդիրը լուծելու համար օգտվում են հենց այն հնարքից, որից մենք օգտվեցինք այժմ, երբ տարանք քանոնից ավելի երկար հատված: Իսկ հնարքը հետևյալն է:

Սկզբում նշում են որևէ երկու կետ՝ *A* և *B*: Դրա համար օգտագործում են երկու նշաձող՝ մոտ 2 մ երկարությամբ: Սովորաբար դրանց մի ծայրը սրում են՝ հողի մեջ հեշտությամբ ցցելու համար: Երրորդ նշաձողը դրվում է այնպես, որ *A* և *B* կետերում դրված նշաձողերը նրան ծածկեն *A* կետում գտնվող դիտողից *(C կետը   նկ. 9–ում)*: Հաջորդ նշաձողը դրվում է այնպես, որ նրան ծածկեն *B* և *C* կետերում դրված



Նկ. 9

նշաձողերը, և այդպես շարունակ: Հասկանալի է, որ այդ եղանակով հնարավոր կլինի կառուցել ուղղի՝ ինչքան ուզեք երկար հատված:

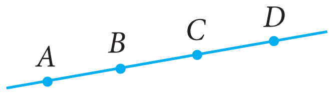
Նկարագրված այս հնարքը, որն ունի գործնական լայն կիրառություն, անվանում են ուղղի *ձողանշում*:

ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ

1. Տարեք ուղիղ, այն նշանակեք a տառով, նշեք այդ ուղղի վրա գտնվող A և B կետեր և նրա վրա չգտնվող P, Q և R կետեր: Օգտագործելով $\in$ և $\notin$ պայմանանշանները՝ նկարագրեք A, B, P, Q, R կետերի և a ուղղի փոխադարձ դասավորությունը:
2. ա) Նշեք երեք՝ A, B և C կետեր, որոնք չեն գտնվում մի ուղղի վրա, և տարեք AB, BC և CA ուղիղները:
   բ) Տարեք երեք ուղիղ այնպես, որ նրանցից յուրաքանչյուր երկուսը հատվեն: Նշանակեք այդ ուղիղների բոլոր հատման կետերը: Քանի՞ հատման կետ է ստացվում: Դիտարկեք բոլոր հնարավոր դեպքերը:
3. Թղթի վրա նշեք երկու կետ: ա) Չօգտվելով քանոնից՝ երրորդ կետն ընտրեք այնպես, որ այն գտնվի առաջին երկու կետերով անցնող ուղղի վրա: Քանոնով ստուգեք կառուցման ճշտությունը: Կրկնեք վարժությունը: բ) Չօգտվելով քանոնից՝ պատկերեք այդ կետերով անցնող ուղիղ: Քանոնի օգնությամբ ստուգեք կառուցման ճշտությունը: Կրկնեք վարժությունը:
4. Նշեք չորս՝ A, B, C, D կետեր այնպես, որ A, B, C կետերը գտնվեն մի ուղղի վրա, իսկ D կետը այդ ուղղի վրա չգտնվի: Յուրաքանչյուր երկու կետով տարեք ուղիղ: Քանի՞ ուղիղ է ստացվում:
5. Տարեք a ուղիղ և նրա վրա նշեք A և B կետեր: Նշեք՝ ա) AB հատվածի վրա գտնվող M և N կետեր, բ) a ուղղի վրա գտնվող, բայց AB հատվածի վրա չգտնվող P և Q կետեր, գ) a ուղղի վրա չգտնվող R և S կետեր:

6. Տարեք ուղիղ և նրա վրա նշեք երեք կետ: Քանի՞ հատված է ստացվում ուղղի վրա:

7. Նկար 10–ում պատկերված է ուղիղ, և նրա վրա նշված են A, B, C և D կետերը: Անվանեք բոլոր այն հատվածները՝ ա) որոնց վրա գտնվում է C կետը, բ) որոնց վրա B կետը չի գտնվում:

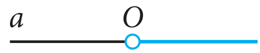


Նկ. 10

§ 2 ՃԱՌԱԳԱՅԹ ԵՎ ԱՆԿՅՈՒՆ

3. Ճառագայթ

Տանենք a ուղիղ և նրա վրա նշենք մի O կետ *(նկ. 11)*: Ուղիղն այդ կետով տրոհվում է երկու մասի: Այդ մասերից յուրաքանչյուրը կոչվում է *O կետից ելնող ճառագայթ (նկ. 11–ում ճառագայթներից մեկը պատկերված է կապույտ գծով)*: Ճառագայթներից յուրաքանչյուրի համար O կետը կոչվում է *սկիզբ* կամ *սկզբնակետ*: Պայմանավորվենք ասել, որ սկզբնակետը չի ներառվում ճառագայթներից ոչ մեկում: Ճառագայթը, սովորաբար, նշանակվում է կամ լատինական մեկ փոքրատառով (օրինակ՝ *h ճառագայթը 12(ա) նկարում)*, կամ լատինական երկու մեծատառով: Ընդ որում՝ մեծատառերից առաջին տառը նշանակում է ճառագայթի սկզբնակետը, իսկ երկրորդը՝ ճառագայթի վրա որևէ այլ կետ (օրինակ՝ *OA ճառագայթը՝ 12(բ) նկարում)*:



O կետը ուղիղը բաժանում է երկու ճառագայթի

Նկ. 11

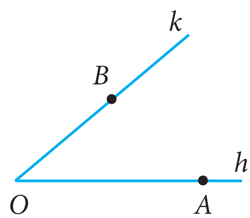
h ճառագայթ

OA ճառագայթ

Նկ. 12

4. Անկյուն

Անկյունը երկրաչափական պատկեր է, որը կազմված է կետից և նրանից ելնող երկու ճառագայթից: Այդ ճառագայթները կոչվում են *անկյան կողմեր*, իսկ նրանց ընդհանուր սկզբնակետը՝ *անկյան գագաթ:* Նկար 13–ում պատկերված է անկյուն՝ O գագաթով և h, k կողմերով: Անկյան կողմերի վրա նշված են A և B կետերը: Այդ անկյունը նշանակվում է այսպես՝ $\angle hk$, $\angle AOB$ կամ $\angle O$:

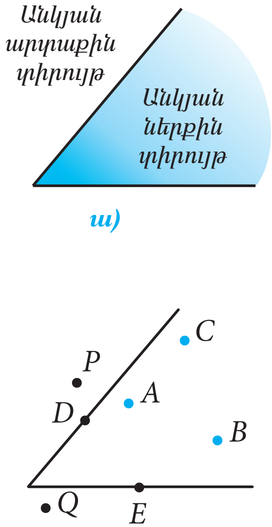


Անկյուն

Նկ. 13

Փռված անկյուն

Նկ. 14



ա)

բ)

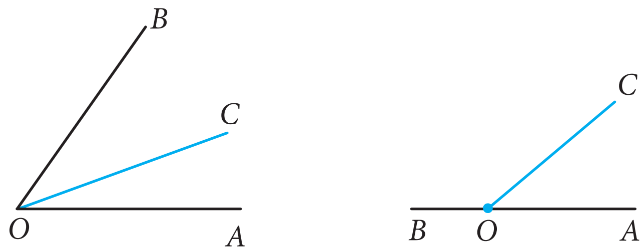
Նկ. 15

Եթե անկյան երկու կողմերը գտնվում են միևնույն ուղղի վրա, ապա այն կոչվում է *փռված անկյուն:* Կարելի է ասել, որ փռված անկյան կողմերից յուրաքանչյուրը մյուս կողմի *շարունակությունն* է: Նկար 14–ում պատկերված է փռված անկյուն՝ *C* գագաթով և *p, q* կողմերով:

Յուրաքանչյուր անկյուն հարթությունը տրոհում է երկու մասի: Քննության առնենք նախ չփռված անկյունը: Եթե անկյունը փռված չէ, ապա հարթության տրոհված մասերից մեկը կոչվում է այդ անկյան *ներքին տիրույթ,* իսկ մյուսը՝ *արտաքին տիրույթ (նկ. 15(ա)):* 15(բ) նկարում պատկերված է չփռված անկյուն: *A, B, C* կետերը գտնվում են այդ անկյան ներսում, այսինքն՝ ներքին տիրույթում, *D* և *E* կետերը՝ անկյան կողմերի վրա, իսկ *P* և *Q* կետերը՝ անկյունից դուրս, այսինքն՝ անկյան արտաքին տիրույթում: Պատկերը մասամբ այլ է, եթե անկյունը փռված է: Այս դեպքում ներքին տիրույթ է համարվում հարթության տրոհված մասերից որևէ մեկը:

Անկյունից և նրա ներքին տիրույթից կազմված պատկերը ևս անվանում են անկյուն:

Անկյունը կարելի է տրոհել երկու անկյունների: Եթե անկյան գագաթից ելնող որևէ ճառագայթ անցնում է անկյան ներքին տիրույթով, ապա այդ ճառագայթը անկյունը տրոհում է երկու անկյան: 16(ա) նկարում *OC* ճառագայթը *AOB* անկյունը տրոհում է երկու՝ *AOC* և *COB* անկյունների: Պարզ է, որ եթե *AOB* անկյունը փռված է, ապա *OA* և *OB* ճառագայթներին չհամընկնող յուրաքանչյուր *OC* ճառագայթ այդ փռված անկյունը տրոհում է երկու՝ *AOC* և *COB* անկյունների *(նկ. 16(բ)):*



ա) **բ)**

Նկ. 16 *OC ճառագայթը AOB անկյունը տրոհում է երկու անկյան՝ $\angle AOC$ և $\angle COB$*

ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ ԵՎ ՀԱՐՑԵՐ

8. Տարեք որևէ ուղիղ, նրա վրա նշեք *A* և *B* կետեր, իսկ *AB* հատվածի վրա՝ *C* կետը: ա) *AB, BC, CA, AC, BA* ճառագայթներից որո՞նք են համընկնում: բ) Ո՞ր ճառագայթն է *CA* ճառագայթի շարունակությունը:

9. ա) Գծեք երեք չփռված անկյուններ և դրանք նշանակեք՝ $\angle AOB$, $\angle hk$, $\angle M$:
բ) Գծեք երկու փռված անկյուններ և դրանք նշանակեք տառերով:

10. Գծեք ընդհանուր սկիզբ ունեցող երեք ճառագայթ՝ *h, k, l*: Անվանեք բոլոր անկյունները, որոնք կազմվում են այդ ճառագայթներով:

11. Գծեք *hk* չփռված անկյուն: Նշեք երկու կետ այդ անկյան ներսում, այդ անկյունից դուրս և անկյան կողմերի վրա:

12. Գծեք մի չփռված անկյուն: *A, B, M* և N կետերը նշեք այնպես, որ *AB* հատվածի բոլոր կետերը գտնվեն տվյալ անկյան ներսում, իսկ *MN* հատվածի բոլոր կետերը՝ անկյունից դուրս:

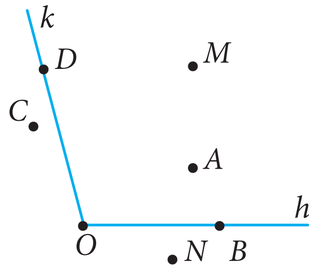
13. Գծեք որևէ անկյուն: Տարեք այնպիսի հատված, որի՝ ա) բոլոր կետերը գտնվեն այդ անկյան ներքին տիրույթում, բ) բոլոր կետերը գտնվեն այդ անկյան արտաքին տիրույթում, գ) կետերի մի մասը գտնվի անկյան ներքին տիրույթում:

14. Գծեք *AOB* չփռված անկյունը և տարեք՝ ա) այնպիսի *OC* ճառագայթ, որն *AOB* անկյունը տրոհի երկու անկյան, բ) այնպիսի *OD* ճառագայթ, որն *AOC* անկյունը չտրոհի երկու անկյան:

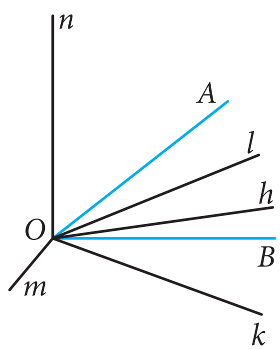
15. Երկու ուղիղների հատվելու դեպքում քանի՞ չփռված անկյուն է առաջանում:

16. Նկար 17–ում պատկերված կետերից որո՞նք են գտնվում *hk* անկյան ներսում, իսկ որո՞նք՝ այդ անկյունից դուրս:

17. Նկար 18–ում պատկերված ճառագայթներից որո՞նք են տրոհում *AOB* անկյունը երկու անկյան:



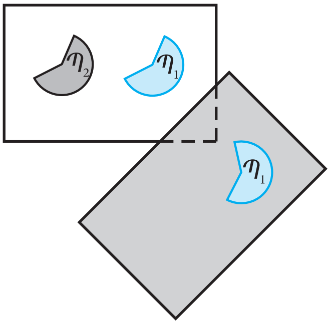
Նկ. 17



Նկ. 18

§ 3 ՀԱՏՎԱԾՆԵՐԻ ԵՎ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒՄԸ

5. Երկրաչափական պատկերների հավասարությունը

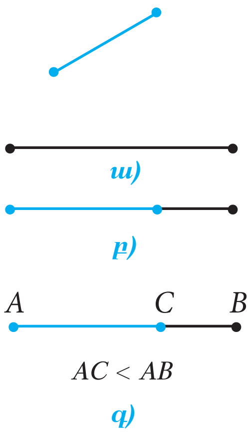


Նկ. 19

Մեզ շրջապատող առարկաների մեջ կան այնպիսիները, որոնց ձևերը միանման են, իսկ չափերը՝ միևնույնը: Այդպիսի առարկաներ են, օրինակ՝ թղթի երկու միատեսակ թերթերը, երկու նույնանուն գրքերը, նույն թողարկման երկու համակարգիչները: Երկրաչափության մեջ միևնույն ձևը և նույն չափերն ունեցող երկու պատկերներն անվանում են *հավասար պատկերներ:*

Նկար 19–ում պատկերված են $Պ_1$ և $Պ_2$ պատկերները: Որպեսզի բացահայտենք՝ արդյոք դրանք հավասար են, թե ոչ, վարվենք հետևյալ կերպ: $Պ_1$ պատկերը պատճենահանենք թափանցիկ թղթի վրա, և պատճենը տեղաշարժելով՝ վերադրենք $Պ_2$ պատկերի վրա՝ փորձելով համընկեցնել: Եթե $Պ_1$ պատկերի պատճենը և $Պ_2$ պատկերը համընկնում են, ապա $Պ_1$ և $Պ_2$ պատկերները հավասար են:

Այժմ կատարենք մի պարզաբանում: Կարող ենք ասել, որ $Պ_1$ պատկերը հավասար է իր պատճենին: Ուրեմն՝ կարելի է պատկերացնել, որ $Պ_2$ պատկերի վրա վերադրվում է ոչ թե $Պ_1$ պատկերի պատճենը, այլ հենց $Պ_1$ պատկերը: Այդ առումով հետագայում կխոսենք մի պատկերի վրա մյուս պատկերի (այլ ոչ նրա պատճենի) վերադրման մասին: Այսպիսով՝ ***երկու երկրաչափական պատկերներ կոչվում են հավասար, եթե վերադրումով դրանք կարող են համընկնել:***



Նկ. 20

6. Հատվածների և անկյունների համեմատումը

20(ա) նկարում պատկերված են երկու հատվածներ, և մեր խնդիրն է պարզել՝ հավասա՞ր են դրանք, թե՞ ոչ: Այդ նպատակով հատվածներից մեկը վերադրենք մյուսի վրա այնպես, որ նրանցից մեկի ծայրը համընկնի մյուսի ծայրին *(նկ. 20(բ))*: Եթե այդ դեպքում համընկնում են նաև դրանց մյուս ծայրերը, ապա հատվածներն ամբողջությամբ համընկնում են, և, ուրեմն, դրանք հավասար են: Իսկ եթե մյուս ծայրերը չեն համընկնում, ապա փոքր է համարվում այն հատվածը, որը մյուսի մի մասն է: 20(գ) նկարում AC հատվածը AB հատվածի մի մասն է, ուստի AC հատվածը փոքր է AB հատվածից (գրվում է այսպես՝ $AC < AB$):

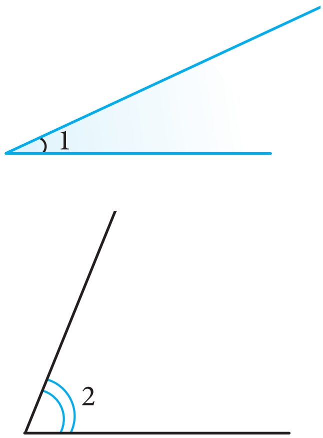
Հատվածի այն կետը, որ կիսում է այդ հատվածը, այսինքն՝ այն տրոհում է երկու հավասար հատվածների, կոչվում է հատվածի *միջնակետ:* Նկար 21–ում C կետը AB հատվածի միջնակետն է:

22(ա) նկարում պատկերված են 1 և 2 չփռված անկյունները, և մեր խնդիրն է պարզել՝ հավասա՞ր են դրանք, թե՞ ոչ: Այդ նպատակով անկյուններից մեկը վերադրենք մյուսի վրա այնպես, որ նրանցից մեկի կողմը համընկնի մյուսի կողմին, իսկ երկրորդ կողմերն ընկնեն համընկնող կողմերի հանդեպ նույն ուղղության վրա *(նկ. 22(բ))*: Եթե երկրորդ կողմերը ևս համընկնում են, ապա անկյուններն ամբողջությամբ համընկնում են, և, ուրեմն, դրանք հավասար են: Իսկ եթե այդ կողմերը չեն համընկնում, ապա փոքր է համարվում այն անկյունը, որը մյուսի մի մասն է: 22(բ) նկարում անկյուն 1–ը անկյուն 2–ի մի մասն է, ուստի $\angle 1 < \angle 2$:

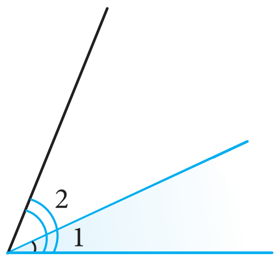
Չփռված անկյունը փռված անկյան մի մասն է *(նկ. 23)*, ուրեմն փռված անկյունը մեծ է չփռված անկյունից: Ակնհայտ է, *որ ցանկացած երկու փռված անկյուններ հավասար են:*

AC = CB
C կետը AB հատվածի միջնակետն է

Նկ. 21

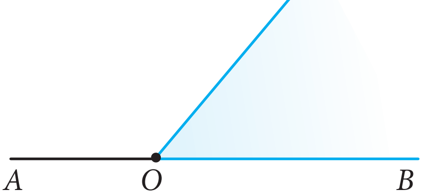


ա)



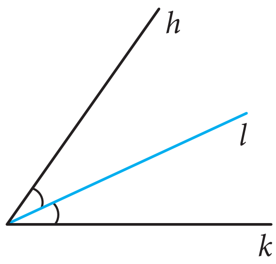
բ)

Նկ. 22



COB չփռված անկյունը
AOB փռված անկյան մի մասն է

Նկ. 23

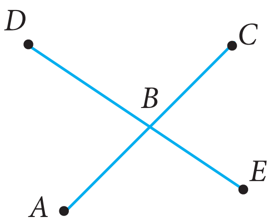


Նկ. 24

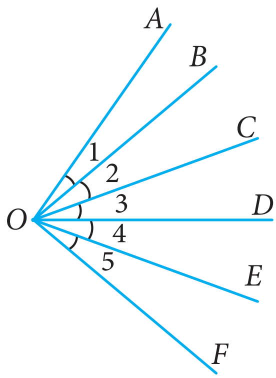
Անկյան գագաթից ելնող ճառագայթը, որն այն կիսում է երկու հավասար անկյունների, կոչվում է անկյան կիսորդ:

Նկար 24–ում l ճառագայթը hk անկյան կիսորդն է:

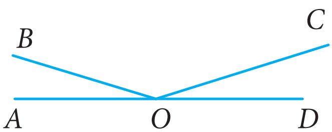
Նկ. 25



Նկ. 26



Նկ. 27



Նկ. 28

Հարցեր և խնդիրներ

18. O սկզբնակետով ճառագայթի վրա նշված են A, B և C կետերն այնպես, որ B կետն ընկած է O և A կետերի միջև, իսկ A կետը՝ O և C կետերի միջև: Համեմատեք հետևյալ հատվածները՝ OB և OA, OC և OA, OB և OC:

19. O կետը AB հատվածի միջնակետն է: Կարելի՞ է վերադրմամբ համընկեցնել հետևյալ հատվածները. ա) OA և OB, բ) OA և AB:

20. Նկար 25–ում AB, BC, CD և DE հատվածները հավասար են: Որոշեք՝ ա) AC, AE և CE հատվածների միջնակետերը, բ) այն հատվածը, որի միջնակետը D կետն է, գ) այն հատվածները, որոնց միջնակետը C կետն է:

21. Նկար 26–ում $CB = BE$, $DE > AC$: Համեմատեք AB և DB հատվածները:

22. Համեմատեք B կետում հատվող AC և DE հատվածները, եթե $EB = BC$, $AB < BD$ (*նկ. 26*):

23. OC ճառագայթը տրոհում է AOB անկյունը երկու անկյան: Համեմատեք AOB և AOC անկյունները:

24. l ճառագայթը hk անկյան կիսորդն է: Կարելի՞ է վերադրմամբ համընկեցնել անկյունները՝ ա) hl–ը և lk–ն, բ) hl–ը և hk–ն:

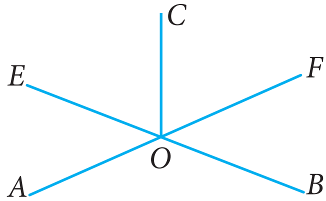
25. Նկար 27–ում թվանշաններով նշանակված անկյունները հավասար են: Որոշեք՝ ա) AOC, BOF, AOE անկյուններից յուրաքանչյուրի կիսորդը, բ) այն բոլոր անկյունները, որոնց կիսորդը OC ճառագայթն է:

26. Նկար 28–ում $\angle AOB = \angle DOC$: Նկարում կա՞ն, արդյոք, այլ հավասար անկյուններ:

27. OA և OD ճառագայթները միմյանց շարունակություններ են, և $\angle AOC = \angle DOB$ (*նկ. 28*): Այդ պատկերում կա՞ն, արդյոք, այլ հավասար անկյուններ:

28. Ուղղի վրա տրված են A, B, C և D կետեր (C կետը գտնվում է AB հատվածի վրա) այնպես, որ $AB = CD$: AD հատվածի միջնակետը արդյոք կլինի՞ CB հատվածի միջնակետ: Պատասխանը հիմնավորեք:

29. Նկար 29-ում $\angle AOC = \angle BOC$ և $\angle AOE = \angle BOF$: OC ճառագայթը EOF անկյան կիսո՞րդ է, թե՞ ոչ:

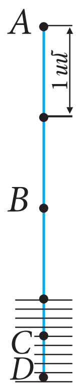


Նկ. 29

§ 4 ՀԱՏՎԱԾՆԵՐԻ ՉԱՓՈՒՄԸ

7. Հատվածի երկարությունը

Գործնական նպատակով հաճախ հարկ է լինում չափել հատվածներ, այսինքն՝ որոշել դրանց երկարությունները: Հատվածների չափման հիմքում ընկած է դրանց համեմատումը մեկ այլ հատվածի հետ, որը նախապես ընտրվում է որպես *չափման միավոր:* Վերջինս անվանում են նաև *մասշտաբային հատված:* Եթե որպես չափման միավոր է ընտրվում, ասենք, սանտիմետրը, ապա որևէ հատվածի երկարությունը որոշելու համար պարզում են, թե այդ հատվածում քանի անգամ է տեղավորվում սանտիմետրը: Նկար 30-ում պատկերված AB հատվածում սանտիմետրը տեղավորվում է ճիշտ երկու անգամ: Նշանակում է՝ AB հատվածի երկարությունը հավասար է 2սմ: Սովորաբար, համառոտ ասում են՝ «AB հատվածը հավասար է 2 սմ», կամ «AB հատվածը 2 սմ է», և գրում՝ $AB = 2$ սմ:



AB = 2 սմ, AC = 3,4 սմ, $AD \approx$ 3,8 սմ

Նկ. 30

Հնարավոր է, որ որպես չափման միավոր ընտրված հատվածը չափվող հատվածում մի քանի անգամ տեղավորելիս ստացվի մնացորդ, այսինքն՝ չտեղավորվի ամբողջ թիվ անգամ: Այդ դեպքում չափման միավորը բաժանում են մի քանի հավասար մասերի և որոշում են, թե այդպիսի մի մասը քանի անգամ է տեղավորվում մնացորդում: Սովորաբար չափման միավորը բաժանում են 10 մասի: Օրինակ՝ նկար 30–ում պատկերված *AC* հատվածում սանտիմետրը տեղավորվում է 3 անգամ, իսկ մնացորդում սանտիմետրի տասներորդ մասը (միլիմետրը) տեղավորվում է ճիշտ 4 անգամ: Ուրեմն՝ *AC* հատվածի երկարությունը 3,4 սմ է: Անշուշտ, հնարավոր է, որ միավորի վերցված մասը (մեր օրինակում՝ միլիմետրը), իր հերթին, մնացորդում ամբողջ թիվ անգամ չտեղավորվի, և առաջանա նոր մնացորդ: Այդպես է, օրինակ, նկար 30–ում *AD* հատվածի դեպքում: Նրանում սանտիմետրը երեք անգամ տեղավորվելիս առաջանում է մնացորդ, որում միլիմետրը տեղավորվում է ութ անգամ, և դարձյալ մնացորդ է ստացվում: Նման դեպքում ասում են, որ *AD* հատվածի երկարությունը մոտավորապես 3,8 սմ է: Սակայն այն ավելի ճշգրիտ չափելու համար միավորի նշված մասը (միլիմետրը) իր հերթին պետք է բաժանել 10 հավասար մասերի և շարունակել մնացորդի վրա տեղավորման ընթացքը: Հատվածի չափման նկարագրված ընթացքը կարող է շարունակվել և դարձյալ շարունակվել: Պարզ է, որ որքան շատ քայլեր ենք կատարում, այնքան ճշգրիտ կլինի մեր չափումը: Մտովի մենք կարող ենք նաև պատկերացնել, որ այդ քայլերը կարող են և չսպառվել: Գործնականում, սակայն, բավարարվում են որևէ քայլով և օգտվում հատվածի երկարության մոտավոր արժեքից:

Նշենք, որ իբրև չափման միավոր կարելի է ընդունել ոչ միայն սանտիմետրը, այլև ցանկացած այլ հատված: *Ընտրելով չափման միավորը՝ կարելի է չափել յուրաքանչյուր հատված, այսինքն՝ նրա երկարությունն արտահայտել որևէ դրական թվով:* Այդ թիվը ցույց է տալիս, թե չափման միավորը (կամ նրա մասը) քանի անգամ է տեղավորվում չափվող հատվածում:

Եթե երկու հատվածները հավասար են, ապա չափման միավորը և նրա մասերը այդ հատվածներում տեղավորվում են նույնքան անգամ: Այսինքն՝

Դարեր շարունակ շատ գիտնականներ ջանքեր են գործադրել, որպեսզի ապացուցեն հինգերորդ պոստուլատը: Բանն այն է, որ ձգտում կար աքսիոմների թիվը հասցնելու նվազագույնի: Իսկ գիտնականներին թվում էր, թե հիմք ընդունելով մնացած աքսիոմները՝ հնարավոր կլինի հինգերորդ պոստուլատը՝ որպես թեորեմ, ապացուցել և այդպիսով կրճատել աքսիոմների թիվը: Սակայն որքան էլ համառ էին գիտնականների ջանքերը, հինգերորդ պոստուլատն ապացուցելու յուրաքանչյուր փորձ դատապարտվում էր անհաջողության: Ահա XVIII դարի վերջում որոշ երկրաչափների մոտ միտք հղացավ, որ այդ պոստուլատն ապացուցել հնարավոր չէ: Այդ հիմնահարցի լուծումը հայտնաբերել է ռուս մեծ մաթեմատիկոս, Կազանի համալսարանի պրոֆեսոր և ապա ռեկտոր Նիկոլայ Լոբաչևսկին (1792–1856):

Ինչպես շատերը, Լոբաչևսկին ևս ցանկացել է ապացուցել Էվկլիդեսի հինգերորդ պոստուլատը. դա փորձել է՝ կատարելով հակասող ենթադրություն: Նա ենթադրել է, որ տրված ուղղի վրա չգտնվող կետով անցնում են այդ ուղղին չհատվող մի քանի ուղիղներ: Ելնելով դրանից՝ նա փորձել է ստանալ այնպիսի հետևություն, որը հակասում է մյուս աքսիոմներին կամ արդեն ապացուցված թեորեմներին: Եթե ստացվեր այդպիսի հակասող հետևություն, ապա դա կնշանակեր, որ արված ենթադրությունը ճշմարիտ չէ, և, ուրեմն, ճշմարիտ է դրա հակառակ պնդումը, այն է՝ տվյալ ուղղի վրա չգտնվող կետով անցնում է այդ ուղիղը չհատող միայն մեկ ուղիղ: Դրանով իսկ կապացուցվեր Էվկլիդեսի հինգերորդ պոստուլատը:

Սակայն Լոբաչևսկին հակասական պնդումներ չի ստացել: Դա հիմք է տվել նրան՝ կատարելու մի նշանավոր եզրակացություն. կարելի է կառուցել մեկ ուրիշ երկրաչափություն, որը տարբեր է Էվկլիդեսի երկրաչափությունից: Ավելին՝ Լոբաչևսկին կառուցել է այդպիսի երկրաչափություն. այդ հայտնագործության մասին նա հաղորդել է 1826 թ.:

Այդ շրջանում նույնանման հայտնագործություն կատարել է նաև հունգարացի մաթեմատիկոս Յ. Բոյային (1802–1860), որն իր արդյունքները հրապարակել է քիչ ավելի ուշ՝ 1832 թվականին: Գերմանացի մեծ մաթեմատիկոս Կ. Ֆ. Գաուսի (1777–1855) ձեռագրերում ևս արտահայտված են գաղափարներ, որոնք մոտ են Լոբաչևսկու և Բոյայիի գաղափարներին: Սակայն նա, խուսափելով քննադատություններից, այդ աշխատանքները չի հրապարակել:

Նոր երկրաչափության հայտնագործությունը վիթխարի ազդեցություն է ունեցել գիտության զարգացման վրա, այն լայն կիրառություն ունի բնագիտության մեջ, հսկայական է նրա դերը մաթեմատիկայի և, մասնավորապես, հենց երկրաչափության հետագա զարգացման գործընթացում: Դրա առավել ցայտուն դրսևորումն է հատկապես տարածության մասին մեր պատկերացումների հետագա խորացումը: Չէ՞ որ նախքան նոր երկրաչափության բացահայտումը թվում էր, թե մեր շրջակա տարածության երկրաչափությունը կարող է լինել միայն էվկլիդեսյան երկրաչափությունը: Սակայն երբ պարզվում է, որ հնարավոր է նաև այլ երկրաչափություն, բնականաբար, բարձրանում է այս կամ այն երկրաչափության ճշմարտացիության հարցը, ինչը կարող է լուծվել միայն փորձնական ստուգման միջոցով: Ժամանակակից գիտությունը հաստատում է, որ էվկլիդեսյան երկրաչափությունը, թեև բավականաչափ մեծ ճշգրտությամբ, այնուհանդերձ, միայն մոտավորապես է արտացոլում մեր շրջակա տարածության հատկությունները, իսկ առավել մեծ՝ տիեզերական ոլորտներում այն նկատելի տարբերություն ունի իրական տարածության երկրաչափությունից:

Մաթեմատիկայի բուռն թափով զարգացումը XIX դարում առաջ է բերել մի շարք նշանակալից հայտնագործություններ նաև երկրաչափության բնագավառում: Դրանցից մեկը գերմանացի ականավոր մաթեմատիկոս Բ. Ռիմանի (1826–1866) ստեղծած երկրաչափությունն է: Այն ընդհանրացնում է էվկլիդեսյան երկրաչափությունը և Լոբաչևսկու երկրաչափությունը:

Ընթերցողն իրավացիորեն կարող է հարցնել. իսկ արդյոք անհակասակա՞ն են էվկլիդեսյան կամ ոչ էվկլիդեսյան երկրաչափությունները, չի՞ կարող պատահել այնպես, որ հետագա ծավալման ընթացքում այս կամ այն երկրաչափության մեջ ի հայտ գան հակասական հետևություններ: Այդ խնդիրը սերտորեն կապված է երկրաչափություններից յուրաքանչյուրը որոշող աքսիոմների համակարգի անհակասականության, լրիվության և անկախության հիմնահարցերի հետ: Նշված հիմնահարցերը վերաբերում են մի առանձին գիտաճյուղի, որը կոչվում է *«Երկրաչափության հիմունքներ»*: Այդ հիմնահարցերի լուծման գործում վիթխարի ավանդ ունի գերմանացի մեծ մաթեմատիկոս Դ. Հիլբերտը (1862–1943):

Մենք շատ հակիրճ շոշափեցինք ընդամենը մի քանի հանգամանք երկրաչափության զարգացման պատմությունից: Իսկ ավելի հանգամանալի տեղեկություններ այդ հարցերի շուրջ կարելի է ստանալ լրացուցիչ գրականությունից: Մնում է ավելացնել, որ ներկայումս երկրաչափությունը լայն կիրառություն ունի բնագիտական տարբեր գիտաճյուղերում՝ ֆիզիկայում, քիմիայում, կենսաբանության մեջ և այլուր: Անգնահատելի է երկրաչափության դերը կիրառական գիտություններում, օրինակ՝ մեքենաշինության, երկրաբանության, քարտեզագրության, ինչպես նաև ճարտարագիտության մեջ: Երկրաչափության մեթոդները գործնականում լայնորեն կիրառվում են գիտության, տեխնիկայի և, առհասարակ, մարդկային գործունեության գրեթե բոլոր բնագավառներում և, անշուշտ, բուն մաթեմատիկայում:

ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ ԵՎ ՑՈՒՑՈՒՄՆԵՐ

Գ Լ Ո Ւ Խ I

2. բ) Երեք կետ կամ մեկ կետ: 4. Չորս ուղիղ: 6. Երեք հատված: 8. ա) AB և AC, BC և BA: 15 Չորս: 17. h և l: 18. $OB < OA$, $OC > OA$, $OB < OC$: 19. ա) Այո, բ) ոչ: 20. ա) B, C, D, բ) CE, գ) AE, BD: 21. $AB < DB$ 22. $AC < DE$: 23. $\angle AOC < \angle AOB$: 24. ա) Այո, բ) ոչ: 25. ա) OB, OD, OC, բ) $\angle BOD$, $\angle AOE$: 26. Այո, $\angle AOC = \angle DOB$: 27. Այո, $\angle AOB = \angle DOC$: 28. Այո: 29. Այո: 35. Երկու կետ: 36. 10,3սմ, կամ 103մմ: 37. ա) 3,5սմ, բ) 36մմ, կամ 3,6սմ: 38. 25,5սմ կամ 1,5սմ: 39. 9սմ կամ 23սմ: 40. BD = 47սմ, DA = 17սմ: 41. 3,3դմ, 6,4դմ կամ 4,7դմ, 1,6դմ: 42. 8սմ, 12սմ: 44. ա) AC = 1սմ, CB = 1սմ, AO = 0,5սմ, OB = 1,5սմ, բ) AB = 6,4մ, AC = 3,2մ, AO = 1,6մ, OB = 4,8մ: 45. 10,5սմ: 46. ա) 10,5սմ, բ) 1,5սմ: 47. $\frac{a}{2}$: 48. 4սմ: 52. Ոչ: Կառուցումը հնարավոր է, եթե AOB անկյունը բութ չէ: 53. Այո: 55. ա) $121°$, բ) $121° 2'$: 56. $48°$: 57. $85°$: 58. $81°$: 59. $60°$: 60. $160°$: 61. Ոչ: 66. ա) $69°$, բ) $90°$, գ) $165°$: 67. Ուղիղ: 68. Այո: 69. Այո: 70. ա) $70°$ և $110°$, բ) $150°$ և $30°$, գ) $113° 39'$ և $66° 21'$, դ) $135°$ և $45°$, ե) $100°$ և $80°$: 71. $\angle BOC = 50°$, $\angle AOC = 40°$: 72. $\angle BOC = 60°$, $\angle AOC = 150°$: 73. $106°$: 74. ա) $\angle 1 = \angle 3 = 63°$, $\angle 4 = 117°$, բ) $\angle 1 = 43° 27'$, $\angle 2 = \angle 4 = 136° 33'$: 75. ա) $57°$, $57°$, $123°$, $123°$, բ) $40°$, $40°$, $140°$, $140°$: 76. ա) $\angle 2 = \angle 4 = 110°$,

$\angle 1 = \angle 3 = 70°$, բ) $\angle 1 = \angle 3 = 45°$, $\angle 2 = \angle 4 = 135°$, գ) $\angle 1 = \angle 3 = 75°$, $\angle 2 = \angle 4 = 105°$: 77. $180°$: 78. $\angle AOC = 120°$, $\angle BOD = 130°$, $\angle COE = 110°$, $\angle COD = 60°$: 79. Ո՛չ: 81. Վեց ուղիղ: 82. Վեց կետ: 83. Տասներկու անկյուն: 84. ա) 8սմ, բ) 16սմ: 85. Եթե $D \in AB$ հատվածին, ապա $AD = 10{,}5$սմ, եթե $B \in AB$ ուղղին, և B կետը գտնվում է A և D կետերի միջև, ապա $AD = 21$սմ: 86. 16սմ կամ 4սմ: 87. ա) $\frac{7}{8}a$, բ) $\frac{5}{8}a$:

88. ա) $\frac{2}{3}m$, բ) $\frac{4}{5}m$ 89. 12սմ: 90. *Ցուցում:* Քննարկել երկու հնարավոր դեպք. B և C կետերը գտնվում են A կետի տարբեր կողմերում կամ միևնույն կողմում: 91. $85°$ կամ $15°$: 92. $30°$ կամ $90°$: 93. ա) $67° 30'$, $112° 30'$, բ) $72° 30'$, $107° 30'$, գ) $72°$, $108°$: 94. $90°$: 96*. *Ցուցում:* Ապացուցել, որ $\angle ABD$-ն փռված է: 97. *Ցուցում:* Ենթադրել, որ m և n ուղիղները համընկնում են, և օգտվել 12 կետի պնդումից:

Գ Լ Ո Ւ Խ II

101. 75 սմ: 102. 12,7 սմ և 17,3 սմ: 103. Ոչ: 104. բ) $42°$, $47°$: 105. բ) $BD = 5$ սմ, $AB = 15$ սմ: 106. բ) $AB = 14$ սմ, $BC = 17$սմ: 107. բ) $110°$: 117. բ) $46°$: 118. բ) $96°$: 119. 10 սմ, 20 սմ և 20 սմ: 120. 12 սմ, 12 սմ, 21 սմ: 121. $AB = 12{,}5$ սմ և $BC = 15$ սմ: 122. 8սմ: 125. $50°$: 126. բ) $37° 30'$: 128. $\angle A = \angle B + \angle C$: 132. $KF = 8$ սմ,

$\angle DEK = 86°$, $\angle EFD = 90°$: 134. բ) $BC = 15$սմ, $CO = 13$սմ: 135. բ) $AB = 11$սմ, $BC = 19$սմ: 139. 13սմ: 150. 25°: 156. *Ցուցում:* Քննարկել երկու դեպք. A և B կետերը գտնվում են՝ ա) DC ուղղի տարբեր կողմերում, բ) DC ուղղի նույն կողմում: 159. 90°: 161. 29սմ: 166. Ոչ: 183. $AB = 4$սմ, $AC = 5$սմ, $BC = 6$սմ: 184. 7սմ, 5սմ և 5սմ: 185. 10սմ կամ 6սմ: 186. 135°: 189. *Ցուցում:* բ) Դիցուք M-ը AB ուղղի վրա չգտնվող A և B կետերից հավասարահեռ կետ է: Օգտվել «հավասարասրուն եռանկյան հիմքին տարված միջնագիծը բարձրություն է» պնդումից: 194. *Ցուցում:* բ) Ապացուցել, որ $\triangle AOK = \triangle BOK_1$: 195. *Ցուցում:* Օգտվել 194 խնդրից: 196. *Ցուցում:* Սկզբում ապացուցել *DBF, FCE* և *EAD* եռանկյունների հավասարությունը: 197. 40°: 198. *Ցուցում:* Ապացուցել, որ $\triangle ABO = \triangle FEO$: 199. *Ցուցում:* Սկզբում ապացուցել ABD և $A_1B_1D_1$ եռանկյունների հավասարությունը: 200. *Ցուցում:* Սկզբում ապացուցել ABC և ADC եռանկյունների հավասարությունը: 201. *Ցուցում:* Սկզբում ապացուցել ABC և ABD եռանկյունների հավասարությունը: 202*. *Ցուցում:* Դիցուք BAD-ն ABC եռանկյան A անկյանը կից անկյունն է: $\angle BAD > \angle B$ անհավասարությունը ապացուցելու համար նշել AB հատվածի O միջնակետը և CO հատվածի շարունակության վրա տեղադրել CO հատվածին հավասար OE հատվածը: Այնուհետև ապացուցել, որ BAE անկյունը հավասար է ABC եռանկյան B անկյանը, և օգտվել $\angle BAD > \angle BAE$

անհավասարությունից: 203*. *Ցուցում:* ABC եռանկյունը վերադրել $A_1B_1C_1$ եռանկյան վրա այնպես, որ BC կողմը համընկնի B_1C–ին, իսկ BA կողմը վերադրվի BA_1 ճառագայթի վրա: Ապացուցելու համար այն բանը, որ A կետը կհամընկնի A_1 կետին, օգտվել 202* խնդրից: 204*. *Ցուցում:* Սկզբում ապացուցել, որ $\triangle AOD = \triangle BOC$, իսկ հետո՝ $\triangle EBD = \triangle EAC$ և $\triangle ODE = \triangle OEC$: 205*. *Ցուցում:* Դիտարկել ABD և $A_1B_1D_1$ եռանկյունները, որոնց D և D_1 կետերը այնպիսին են, որ M–ը և M_1–ը AD և A_1D_1 հատվածների միջնակետերն են: 206*. *Ցուցում:* Դիցուք B կետը գտնվում է AC հատվածի վրա: Ենթադրել, որ $AD = BD = CD$: Օգտվելով հավասարասրուն եռանկյան հիմքին առընթեր անկյունների հավասարության հատկությունից, սկզբում ապացուցել, որ $\angle ABD = \angle CBD = 90°$: 207*. *Ցուցում:* Սկզբում ապացուցել, որ $BP = CQ$, որի համար ցույց տալ, որ $\triangle BPX = \triangle CQX$: 215. *Ցուցում:* Կառուցել AC հատվածի միջնուղղահայացը:

Գ Լ Ո Ւ Խ III

222. 105°, 105°: 223. 106°, 74°: 230. Մեկ ուղիղ: 231. Երեք կամ չորս: 232. Այո, եթե c–ն ուղղահայաց չէ a–ին: 235. 60°: 236. $a \parallel c$: 237. բ) Չորս անկյունը՝ 55°, մյուս չորս անկյունը՝ 125°: 239. 92°: 240. ա) Այո, բ) ոչ: 241. ա) Ոչ, բ) այո: 242. 115° և 65°: 243. $\angle 1 = 135°$, $\angle 2 = 45°$, $\angle 3 = 135°$: 252. 59°: *Ցուցում:* Սկզբում

ապացուցել, որ $a \parallel b$: 253. 48°, 66°, 66°: 255. Այո: 257. 140°: 258*. *Ցուցում:* Ապացուցել հակասող ենթադրությամբ: 259. *Ցուցում:* Ապացուցել հակասող ենթադրությամբ: 260. *Ցուցում:* Սկզբում ապացուցել, որ $AM \parallel BC$ և $AN \parallel BC$:

ԳԼՈՒԽ IV

262. ա) 58°, բ) 26°, գ) 180°–3α, դ) 60°: 263. $\angle A = 40°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 80°$: 266. ա) 36°, 72° և 72°, բ) 45°, 45° և 90°: 267. ա) 40°, 40° և 100° կամ 40°, 70° և 70°, բ) 60°, 60° և 60°, գ) 100°, 40° և 40°: 268. 105°: 269. 103°: 270. *Ցուցում:* Օգտվել հավասարասրուն եռանկյան հիմքին առընթեր անկյունների հատկությունից: 271. Այո: 272. *Ցուցում:* Հաշվի առնել, որ հավասարասրուն եռանկյան հիմքի հանդիպակաց գագաթին հարակից արտաքին անկյունը երկու անգամ մեծ է հիմքին առընթեր անկյունից: 273. 57° 30′, 57° 30′, 65° կամ 65°, 65°, 50°: 274. 73° 20′, 73° 20′ և 33° 20′: 276. 135°: 289. ա) Ոչ, բ) ոչ: 290. 10սմ-ի հավասար կողմը: 291. ա) 5սմ կամ 3սմ, բ) 8սմ, գ) 10սմ: 294. 29սմ և 29սմ: 295. 7սմ, 7սմ և 11սմ: 296. 45°, 45° և 90°: 297. 27°: 298. 17,6սմ: 299. $AC = 6$սմ, $AB = 12$սմ: 300. 9սմ: 301. 18սմ: 302. 30°, 30° և 120°: 303. *Ցուցում:* Օգտվել 36 կետի առաջին թեորեմից: 304. *Ցուցում:* Օգտվել ուղղանկյուն եռանկյունների հավասարության հայտանիշներից: 305. 70°, 70° և 40°: 306. 122°: 307. 90°, 39° և 51°: 309. *Ցուցում:*

Սկզբում ապացուցել, որ տրված եռանկյունների հավասար կողմերին առընթեր անկյունները հավասար են: 311. *Ցուցում:* Օգտվել 310 խնդրից: 313. 8 սմ: 314. 12 սմ: 315. 14 սմ: 317. *Ցուցում:* Սկզբում ապացուցել, որ CM–ը ABC եռանկյան կիսորդն է: 319. 2 սմ կամ 8 սմ: 320. 3սմ: 321. *Ցուցում:* Խնդրի պայմաններին բավարարող կետերից մեկով տանել տրված ուղղին զուգահեռ որևէ d ուղիղ և օգտվել կետ 39–ի թեորեմից: 322. BC կողմին զուգահեռ ճառագայթ, որի սկզբնակետը գտնվում է BA կողմի վրա: *Ցուցում:* Օգտվել 321 խնդրից: 323. Տրված ուղիղներին զուգահեռ և դրանցից հավասարահեռ ուղիղ: 324. *Ցուցում:* Օգտվել 323 խնդրից: 325. Երկու ուղիղներ, որոնք զուգահեռ են տրված ուղղին և տեղադրված են դրա տարբեր կողմերում՝ տրված հեռավորությամբ: 327. ա) 2, բ) 3: 328. 4: 332. ա) 24սմ–ից փոքր, բ) 10,4 սմ–ից փոքր, բայց 0,2 սմ–ից մեծ: 333. 12 սմ: 334. 23 սմ: 337. *Ցուցում:* Օգտվել 335 խնդրից: 345. 20°: 346. *Ցուցում:* Ապացուցել հակասող ենթադրությամբ: 348. *Ցուցում:* ա) Ենթադրել, որ $HM_1 \neq HM_2$ և օգտվել 347 խնդրից, բ) ենթադրել, որ $HM_1 > HM_2$ կամ $HM_1 = HM_2$, և օգտվել 347 խնդրից: 349*. Ճանապարհի և A_1B հատվածի հատման կետը, որտեղ A_1–ը այնպիսի կետ է, որ ճանապարհն անցնում է AA_1 հատվածի միջնակետով և ուղղահայաց է դրան: 350*. *Ցուցում:* Դիցուք N կետը BM ուղղի և AC հատվածի հատման կետն է: Կիրառել եռանկյան անհավասարությունը ABN և MNC

եռանկյունների նկատմամբ: 351. *Ցուցում:* Օգտվել նախորդ խնդրից: 352. *Ցուցում:* Ապացուցել հակասող ենթադրությամբ: 354. 18.5սմ: 357. *Ցուցում:* Դիցուք ABC եռանկյան մեջ $AC > AB$, իսկ AM–ը՝ տրված հատվածն է: Հաշվի առնել, որ ACM եռանկյան մեջ $\angle C < \angle M$: 358. Երկու ուղիղ, որոնք պարունակում են այդ ուղիղների հատումից առաջացած անկյունների կիսորդները: 359*. *Ցուցում:* Ենթադրել, որ ABC–ն որոնելի եռնկյունն է, BM–ը դրա տրված միջնագիծն է: Սկզբում կառուցել BB_1C եռանկյունը, որում M կետը BB_1 կողմի միջնակետն է: 360. *Ցուցում.* բ) կառուցել տրվածին հավասար անկյուն, այնուհետև օգտվել 335 խնդրից: 361*. *Ցուցում:* Նախ կառուցել ուղղանկյուն եռանկյուն, որի ներքնաձիգը տրված միջնագիծն է, իսկ էջը՝ տրված բարձրության կեսը: 362. *Ցուցում:* Օգտվել 286 խնդրից: 363. *Ցուցում:* BC և AB կողմերի վրա կառուցել A_1 և C_1 կետերն այնպես, որ $BA_1 = AC_1 = CB_1$: 364*. *Ցուցում:* Սկզբում կառուցել ուղղանկյուն եռանկյուն, որի ներքնաձիգը հավասար է տրված կիսորդին, իսկ էջը՝ տրված բարձրությանը: 365*. *Ցուցում:* Սկզբում կառուցել ուղղանկյուն եռանկյուն, որի ներքնաձիգը հավասար է տրված միջնագծին, իսկ էջը՝ տրված բարձրությանը: 366*. *Ցուցում:* Սկզբում կառուցել C անկյան կիսորդը:

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

ԳԼՈՒԽ II
ԵՌԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐ

ԳԼՈՒԽ III
ԶՈՒԳԱՀԵՌ ՈՒՂԻՂՆԵՐ

ԳԼՈՒԽ IV
ԱՌՆՉՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԵՌԱՆԿՅԱՆ ԿՈՂՄԵՐԻ ԵՎ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԻՋԵՎ

Լևոն Սերգեյի Աթանասյան, Վալենտին Ֆյոդորի Բուտուզով, Սերգեյ Բորիսի Կադոմցև, Էդուարդ Հենրիկի Պոզնյակ, Իրինա Իգորի Յուդինա

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹՅՈՒՆ 7

Դասագիրք միջին
դպրոցի 7–րդ դասարանի համար

Թարգմանությունը՝ *Սարիբեկ Էլիբեկի Հակոբյանի*

Левон Сергеевич Атанасян, Валентин Федорович Бутузов, Сергей Борисович Кадомцев, Эдуард Генрихович Позняк, Ирина Игоревна Юдина

ГЕОМЕТРИЯ

Учебник для 7—го класса
(на армянском языке)
Ереван "Зангак—97" 2011

Перевод: *Сарибека Элибековича Акопяна*

Հրատարակչության տնօրեն՝	Էմին Մկրտչյան
Գեղարվեստական խմբագիր՝	Արա Բաղդասարյան
Վերստուգող սրբագրիչ՝	Նվարդ Փարսադանյան
Համակարգչային ձևավորող՝	Արևիկ Հակոբյան
Համակարգչային մուտքագրումը՝	Գոհար Խաչատրյանի

Թարգմանչի կատարած ավելացումները

Թեմաներ՝ «Բեկյալի երկարությունը»,
«Պատկերացում քառանիստի մասին»

Խնդիրներ՝ 3, 21, 22, 26-29, 33, 41, 42, 50, 71, 72, 85, 111, 120, 149, 162, 163, 168, 170-172, 187, 209, 210, 222-224, 235, 246-248, 256, 257, 275, 276, 293, 326-334:

Տպագրությունը՝ օֆսեթ: Չափսը՝ 70x100 1/16:
Թուղթը՝ օֆսեթ: Տառատեսակը՝ «Մաշտոց Նոր»:
Ծավալը՝ 8 տպ. մամուլ, 10,4 պայ մամուլ, 28,1 հրատ. մամուլ:
Տպաքանակը՝ 34 600 օրինակ: Պատվեր՝ N7/Հ–11:

Печать офсетная. Формат 70x100 1/16.
Бумага офсетная. Гарнитура "Маштоц Нор".
Печ. л. 8. Усл. печ. л. 10,4. Уч.-изд. л. 28,1.
Тираж 34 600 экземпляров. Заказ N7/Հ—11.

«ԶԱՆԳԱԿ-97» ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
ՀՀ, 0051, Երևան, Կոմիտասի պող. 49/2
Հեռ.՝ (+37410) 23 25 28, ֆաքս՝ (+37410) 23 25 95
Էլ. փոստ՝ info@zangak.am, էլ. կայքեր՝ www.zangak.am, www.book.am

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЗАНГАК–97»
РА, 0051, Ереван, пр. Комитаса 49/2
Тел.: (+37410) 23 25 28, факс: (+37410) 23 25 95
Эл. почта: info@zangak.am, эл. сайт: www.zangak.am, www.book.am