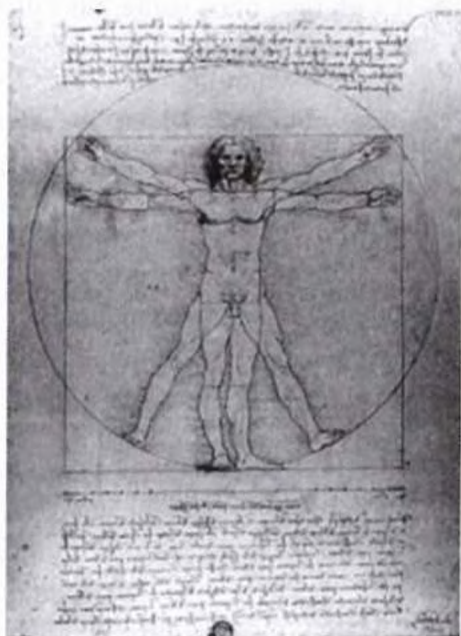


§1. ՀԱՄԱՇԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

Համաչափությունը այն գաղափարն է, որի օգնությամբ մարդը դարեր շարունակ աշխատում է հասկանալ, ստեղծել և հաստատել կարգը, գեղեցիկը և կատարյալը:

Գերման Վեյլ



Լեոնարդո դա Վինչի,

Վիտրուվիոսյան մարդը, 1492: «Անատոմիական ձեռագրերից» վերցրած այս գծանկարում Լեոնարդո դա Վինչին ներկայացնում է երեքկրաչափական կատարյալ պատկերների և մարդու մարմնի համաչափություններ և համեմատություններ

1. Համաչափություն

«Մի անգամ, երբ ես գրատախտակի վրա զանազան պատկերներ էի նկարում, -գրում է Լև Տոլստոյը, -հանկարծ ցնցվեցի այն մտքից, թե ինչու՞ է համաչափությունը աչքի համար հաճելի: Ի՞նչ է համաչափությունը: Դա ի ծնե տրված զգացում է, ասացի ինքս ինձ: Իսկ ինչի՞ վրա է այն հենված: Մի՞թե կյանքում ամեն ինչի մեջ կա համաչափություն» /[144]/: Փորձենք խորհել Տոլստոյի այս հետաքրքիր հարցադրումների շուրջ:

Համաչափության կամ սիմետրիայի մասին մարդկային պատկերացումները ձևավորվել են հազարամյակների ընթացքում: Այդ պատկերացումներում համաչափությունը ներկայանում է որպես ինչ-որ կանոնավորի, գեղեցիկի ու կատարյալի բնութագրիչ տարր, որպես որոշակիության, կարգի, ներդաշնակ կարգավորման արտահայտություն: Այս տեսակետից կա որոշ հակադարձ հարաբերակցություն համաչափության և անորոշության միջև. ինչքան մեծ է համաչափությունը, այնքան ցածր է անորոշությունը:

Մեծ է համաչափության դերը բնության մեջ. այն բնության կազմավորող սկզբունքներից մեկն է, որին ենթարկվում է ինչպես կենդանական, այնպես էլ անկենդան աշխարհը: Անկենդան աշխարհը, չունենալով շարժվելու խնդիր, ձգողական ուժերի ազդեցության տակ աշխատում է մշտապես ընդունել ավելի կայուն վիճակ, ինչի համար նպատակահարմար է ստանալ զանազան համաչափելի կառուցվածքներ: Ընդ որում կազմավորվող անկենդան մարմնի համաչափությունները ենթարկվում են միջավայրի համաչափություններին:

Այլ է պատկերը կենդանական աշխարհում: Այստեղ կենդանին իր գոյությունը պահպանելու համար պարտավոր է պահպանել իր հավասարակշռությունը, շարժվել և, ուրեմն, հաղթահարել Երկրագնդի ձգողական ուժերի արգելքը, ինչը իրականացվում է մարմնի համապատասխան կառուցվածքների օգնությամբ: Նշված խնդիրները իրականացնելու համար այդ կառուցվածքներում պետք է լինեն մասերի զանազան համեմատություններ և այդ մասերը պետք է օժտված լինեն որոշակի համաչափություններով:

Ծառի համար, օրինակ, ծանրության ուժի ազդեցության ուղղությունը կարևոր նշանակություն ունի: Այդ պատճառով այն ձգվում է ուղղաձիգ դեպի վեր, իսկ համաչափությունները կազմավորվում են նրա բնով անցնող առանցքի նկատմամբ: Կենդանիների համար բացի ձգողական ուժի ուղղությունից կարևոր է նաև նրանց շարժման ուղղությունը: Այդ պատճառով նրանք ունեն հայելային համաչափություն՝ համաչափության հարթություն, որն անցնում է ուղղաձիգ և շարժման ուղղությունն ունեցող վեկտորներով: Այդպիսի համաչափությունը կենդանուն հնարավորություն է տալիս ոչ միայն հեշտությամբ ընդունել ուղղաձիգ դիրք, շարժվել առաջ, այլև կատարել աջ և ձախ շրջադարձեր: Նման համաչափություն են հաղորդում նաև ավտոմեքենաներին, ինքնաթիռներին և այլ մեքենաների:

Կենդանական աշխարհի համաչափություններից լավագույնը հինգ աստիճանի համաչափությունն է կամ կենտրոնի շուրջ 72 աստիճանի պտույտը, որով մեծապես պայմանավորված է կենդանական աշխարհի գոյությունը: Այդ պատճառով այն կոչվում է նաև կյանքի համաչափություն: Հնգաստիճան համաչափությամբ

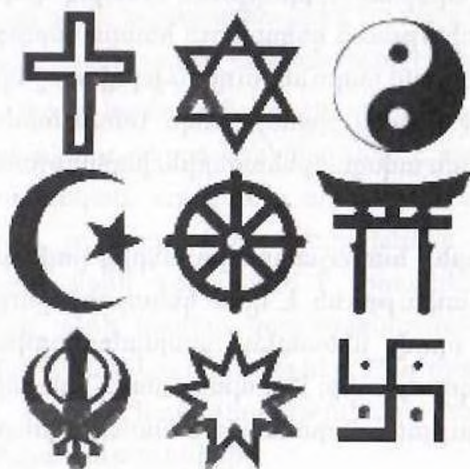
օժտված են ծովային աստղերը, ծովային ոգիները, զանազան բույսերի ծաղկները և շատ այլ կազմավորումներ:



տիճան համաչափություն

Չինական վարդ, հնգաս-

Կյանքի համաչափությունը սերտորեն կապված է կենդանական աշխարհին առանձնահատուկ մի համեմատության՝ ոսկե բաժանման հետ, որը նույնպես անբաժան է կենդանական աշխարհից և որի մասին կխոսենք աջաջիկայում:



կրոնական խորհրդանիշերում

Համաչափությունը

Համաչափությունը ընկած է նաև կրոնական խորհրդանիշների հիմքում: Նկարում պատկերված են նման մի քանի օրինակներ: Վերևից առաջին հորիզոնական շարքում ձախից աջ պատկերված են քրիստոնեության, եբրայական, դառական, երկրորդ հորիզոնական շարքում՝ իսլամի, բուդդայականության և սինթոիստական՝ ճապոնական, երրորդ հորիզոնական շարքում՝ սիկհիզմի, բա-
հաիզմի և հինդուիզմի կրոնների խորհրդանիշները:

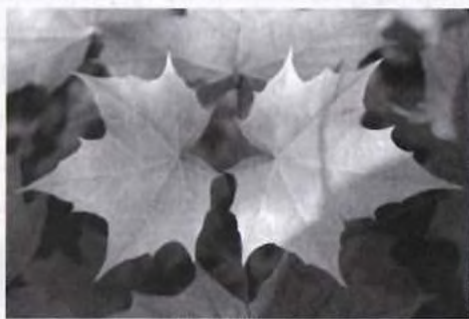
Մեծ է համաչափության դերը գիտության մեջ: Այն հանդես է գալիս կենսաբանության, բյուրեղագիտության, ֆիզիկայի և այլ գիտությունների ամենատարբեր բնագավառներում: Մաթեմատիկայում համաչափությունը հատուկ ուսումնասիրության առարկա է: Նրա ուսումնասիրության համար կիրառվում են խմբերի և ինվարիանտների տեսությունները:

Ժամանակակից բնագիտության մեջ գործում են ամենատարբեր համաչափություններ, որոնք բաժանվում են երկու տեսակների՝ ներքին և արտաքին: Արտաքին կամ երկրաչափական համաչափությունը երևացող է: Դրանցով օժտված են բյուրեղները, մոլեկուլները, կենդանի օրգանիզմները և այլն: Ներքին համաչափությունները հնարավոր չէ դիտել: Դրանք արտահայտվում են նաև երևույթների վիճակը նկարագրող մաթեմատիկական հավասարումներով և օրենքներով:

Համաչափության կարևոր հատկանիշներից մեկը նրա նպատակահարմարությունն է: Փորձեք որևէ անկայուն իրավճակում պահել ձեր հավասարակշռությունը: Դրա համար օգտակար է գործի դնել ձեռքերը, որոնց տարածման միջոցով լայնանում է հավասարակշռության դաշտը: Եվ արդյունքը բավարար կլինի միայն այն դեպքում, եթե մենք մեր ձեռքերին տանք համաչափելի

տեսք. ստանանք մեր մարմնով անցնող ուղղաձիգ առանցքի նկատմամբ համաչափություն: Օղաչուններից մեկը նկատել է, որ համաչափ, գեղեցիկ, աչք շոյող տեսք ունեցող ինքնաթիռը լավ էլ թռչում է: Համաչափության՝ նման օգտակարությունը նկատել են դեռևս նախնադարի մարդիկ և օգտագործել իրենց պրակտիկա-յում:

Ի տարբերություն մաթեմատիկայի՝ բնության մեջ համաչափությունը բացարձակ տեսքով երևան չի գալիս: Անգամ ֆիզիկայում հանդիպող համաչափություններում նկատվում է որոշ շեղում: Այսպես, օրինակ, դեռևս Պյութագորասը մոլորակների ուղեծրերը դիտում էր որպես շրջանագծեր: Սակայն դրանք իրականում որոշ չափով շեղված էին և կազմում էին էլիպսներ: Մոտավոր համաչափությունը նկատվում է միջուկային ֆիզիկայի շատ երևույթներում:



բացաձակ չէ

Համաչափությունը

Բացարձակ համաչափությունը որոշակի դժվարություններ կարող է հարուցել նաև կենդանական աշխարհում: Այս տեսակետից ուսանելի է միջնադարյան փիլիսոփա Ժան Բուրիդանի (1300-1358) պարադոքսը: Թեպետ և Սորբոնի համալսարանի այս

պրոֆեսորին վերագրվում է Ժաննա Նավարացու՝ Ֆրանսիայի թագավոր Ֆիլիպ 6-րդ Գեղեցիկի կնոջ սիրեկանի դերը, բայց նա պատմությանը հայտնի է էշի պարադոքսով: Խնդիրը հատկապես է: Ամենատվորական էշը կանգնած է խոտի երկու դեզերի միջև՝ ճիշտ նրանց մեջտեղում: Ո՞ր կողմ կգնա էշը՝ ա՞ջ, թե՞ ձախ. ահա Բուրիդանի պարադոքսը: Եվ քանի որ կողմերից որևէ մեկը մյուսի հանդեպ ամենաչնչին առավելությունը չունի, և քանի որ էշն էլ դրանցից որևէ մեկին նախապատվություն տալու, որևէ մեկը նախընտրելու պատճառ չունի, ապա նա կմնա կանգնած, և նրա ճակատագիրը պարզ է. խեղճ էշը սովից կսատկի: Սա պարադոքսի՝ Բուրիդանի լուծումն է, որի դեմ առարկելը կարծեք դժվար է: Բայց իրականում մենք լավ գիտենք, որ էշը այդքան էլ էշ չէ, և մեզ համար անհասկանալի ինչ-որ ենթագիտակական ներքին մղումով նա, այնուամենայնիվ, կընտրի ուղղություններից մեկը և կմոտենա համապատասխան դեզին ու չի սատկի:

Իսկ ինչպե՞ս է իր ընտրությունը կատարում մարդը: Ի տարբերություն էշի, մարդը ավելի շատ հենվում է իր գիտակցության վրա և աշխատում է գտնել տարբերություններ, անհամաչափություններ առաջին հայացքից իրարից չտարբերվող, համաչափելի առարկաների միջև:

Սովորաբար համաչափությունը հանդես է գալիս անհամաչափության հետ միասին: Հակահամաչափությունը կամ ասիմետրիան համաչափության հակադիր հասկացությունն է: Այն արտահայտում է առարկայի անհավասարակշռվածությունը կամ համակարգի անկազմակերպվածությունը, համաչափության բացակայությունը: Միայն համաչափությամբ անհնար է իրական գեղեցիկը ստանալ: Գեղեցիկը ստացվում է հակադրությունների միասնու-

թյան արդյունքում: Եթե համաչափությունը ընկալվում է որպես խաղաղություն, հանգիստ, զսպվածություն, օրինաչափություն, ապա անհամաչափությունը շարժում է, պատահականություն, ազատություն: Իսկ առանց շարժման չի կարող լինել խաղաղություն և հանգիստ, առանց ազատության անիմաստ է խոսել զսպվածության մասին, որտեղ չկա պատահականություն, չկա և օրինաչափություն: Ահա այդ հավերժական շարժման, պատահականությունների անհամաչափության մեջ ազատությամբ ընտրված ու ձեռք բերված խաղաղությունը և համաչափությունը այն գեղեցիկն է, որ մեզ տրված է բնության կողմից, և որին հասնում է նաև արվեստագետը իր ստեղծագործությամբ:

Իսկ ինչու՞ է համաչափելին գուցորդվում գեղեցիկի հետ և հաճելի է աչքի համար: Համաչափությունը բնության մեջ կարելի է տեսնել ամենուրեք, հանդիպում է յուրաքանչյուր քայլափոխի: Այդ անընդհատ շփումը համաչափության հետ նրան դարձնում է աչքի համար հաճելի: Եթե, օրինակ, համաչափության երկու տեսակների՝ հորիզոնականի և ուղղաձիգի կիրառմամբ փորձենք որևէ իր պատրաստել, ապա հաճելի կլինի ուղղաձիգ համաչափությամբ պատրաստվածը, որովհետև այդ համաչափությունն է, որ հանդիպում է ամենուրեք: Իսկ հորիզոնական համաչափությունը հանդիպում է միայն ջրի մեջ բնության որևէ պատկերի արտացոլման դեպքում: Համաչափությունը նաև մարդու կողմից դիտվում է որպես բնության մեջ օրինաչափության և կարգի դրսևորում, իսկ վերջիններիս առկայությունը մարդու համար հաճելի է, նրան վստահություն է հաղորդում: Այսպիսով, համաչափությունը, որ մարդու կողմից ընկալվում է որպես օրինաչափություն, «ներքին

կարգի արտաքին դրսևորում», հաճելի է, նրա համար ձեռք է բերում գեղագիտական արժեք և ընկալվում է նաև որպես գեղեցիկ:

Որպես գեղեցիկի օբյեկտիվ հայտանիշ՝ համաչափությունը հանդես է գալիս արվեստի ողջ պատմության ընթացքում: Այն նշանակալից դեր է խաղում ինչպես ճարտարապետության ու քանդակագործության, այնպես էլ կերպարվեստի մեջ:

2. Համաչափությունը մաթեմատիկայում

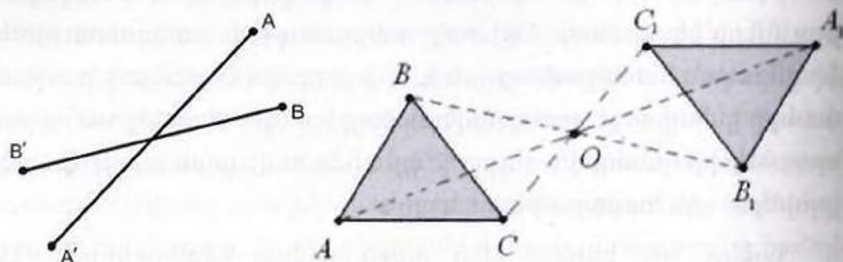
«Համաչափություն» եզրը հունական «սիմետրիայի» հայերեն բառացի թարգմանությունն է: Առարկան կամ երևույթը անվանում են համաչափելի, եթե այն մնում է անփոփոխ ինչ-որ ձևափոխությունների նկատմամբ: Օրինակ՝ տարածության համասեռությունը ֆիզիկական համաչափություն է, որի շնորհիվ ժամացույցի աշխատանքը կախված չէ նրա գտնվելու վայրից: Եթե հնգանկյուն աստղը պտտենք իր կենտրոնի շուրջ 72 աստիճանով, ապա այն չի փոխվի, այսինքն՝ այն համաչափելի է և այլն:

Նշենք, որ, ելնելով մեր առջև դրված խնդիրներից, մենք սահմանափակվելու ենք միայն այնպիսի համաչափություններով, որոնց հիմքում ընկած է շարժումը: Իսկ ի՞նչ է շարժումը:

Նախ հիշենք, որ հարթության շարժում է կոչվում նրա այնպիսի ձևափոխությունը, որը պահպանում է հարթության կամայական երկու կետերի միջև եղած հեռավորությունը: Նման ձևով է սահմանվում նաև տարածության շարժումը՝ նրա այնպիսի ձևափոխությունը, որը պահպանում է այդ տարածության կամայական

երկու կետերի միջև եղած հեռավորությունը: Այսինքն՝ եթե հարթության f ձևափոխությունը այնպիսին է, որ հարթության կամայական A, B կետերի և նրանց A', B' պատկերների համար ($A' = f(A)$, $B' = f(B)$) տեղի ունի $AB = A'B'$ հավասարությունը, ապա f -ը կոչվում է հարթության շարժում: Նույն կերպ է սահմանվում նաև տարածության շարժումը:

Բերենք շարժման օրինակներ: Պարզագույն շարժումը հարթության կամ տարածության նույնական ձևափոխությունն է, երբ հարթության կամ տարածության յուրաքանչյուր կետ ձևափոխվում է ինքն իրեն, այսինքն՝ մնում է անշարժ: Հասկանալի է, որ այս դեպքում մենք ոչ մի շարժում էլ չունենք. ողջ հարթությունը կամ տարածությունն է մնում անշարժ: Բայց նման ձևափոխությունը նույնպես շարժում անվանելը նպատակահարմար է:

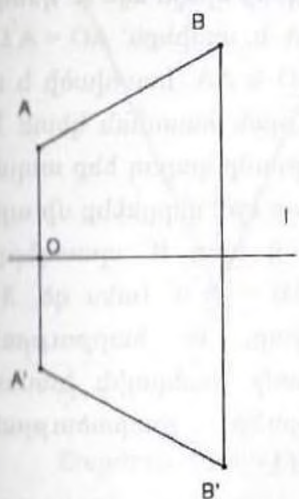


զծ. 1

Հարթության շարժման հաջորդ օրինակը կետի նկատմամբ համաչափությունն է: Դիտարկենք որևէ հարթություն, նրա O կետը և այդ հարթության ձևափոխությունը, որ կոչվում է O կետի նկատմամբ համաչափություն, սահմանենք հետևյալ կերպ. հարթության կամայական A կետի A' պատկերը ընտրենք այնպես, որ $AO = A'O$

և A և A' կետերը ընկած են O կետի տարբեր կողմերում:
 Հեշտությամբ կարող ենք ապացուցել, որ եթե վերցնենք մի այլ B
 կետ և նրա B' արտապատկերը, ապա $AB = A'B'$ (տես զծ.1): O
 կետը կոչվում է ստացված համաչափության կենտրոն:

Սահմանենք նաև ուղղի նակատմամբ համաչափությունը: Դի-
 տարկենք հարթությունը, նրա l ուղիղը և այդ հարթության ձևափո-
 խությունը, որ կոչվում է համաչափու-
 թյուն l ուղղի նկատմամբ, սահմանենք
 այսպես. հարթության կամայական A կե-
 տի A' պատկերը որոշելու համար A
 կետից տանենք ուղղահայաց հատված l
 ուղղին և այն շարունակենք մինչև այն A'
 կետը, որը նույնքան է հեռացված l ից,
 ինչքան A -ն, այսինքն՝ $AO = A'O$, որտեղ
 O -ն AA' և l ուղիղների հատման կետն է:
 Հեշտությամբ կարող ենք ապացուցել, որ
 եթե վերցնենք մի այլ B կետ և նրա B'
 արտապատկերը, ապա $AB = A'B'$ (զծ. 2):

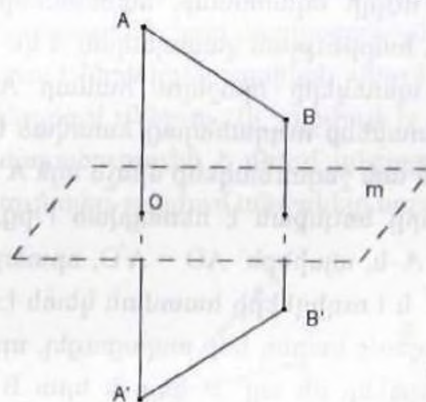


զծ. 2

Հետևաբար, l ուղղի նկատմամբ համաչափությունը հարթու-
 թյան շարժում է: l ուղիղը կոչվում է ստացված համաչափության
 առանցք:

Շարժման ամենացայտուն և ամենաընկալելի օրինակներից է
 հայելային համաչափությունը: Ժամանակակից մարդը ամեն օր
 օգտվում է այդ համաչափությունից՝ յուրաքանչյուր անգամ տես-

նելով իր պատկերը հայելու մեջ: Բսկ երկրաչափորեն այդ համաչափությունը կառուցվում է հետևյալ կերպ: Դիտարկենք m հարթությունը, և տարածության ձևափոխությունը, որ կոչվում է m հարթության նկատմամբ հայելային արտապատկերում կամ համաչափություն, սահմանենք այսպես. կամայական A կետի A' պատկերը որոշելու համար A կետից տանենք ուղղահայաց հատված m հարթությանը և այն շարունակենք մինչև այն A' կետը, որը նույնքան է հեռացված m -ից, ինչքան A -ն, այսինքն՝ $AO = A'O$,

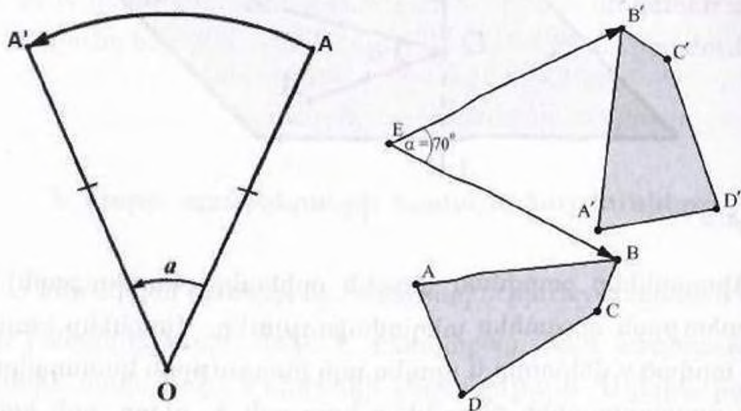


որտեղ O -ն AA' հատվածի և m հարթության հատման կետն է: Հեշտությամբ կարող ենք ապացուցել, որ եթե վերցնենք մի այլ B կետ և նրա B' պատկերը, ապա $AB = A'B'$ (տես գծ. 3): Հետևաբար, m հարթության նկատմամբ հայելային համաչափությունը տարածության շարժում է:

գծ. 3

Շարժման հաջորդ կարևոր օրինակը հարթության պտույտն է իր որևէ կետի շուրջ որևէ անկյամբ: Նորից դիտարկենք հարթությունը, նրա O կետը և տրված կամայական α անկյունը, որի վրա նշված է նաև ուղղությունը (տես գծ. 4): A կետի պատկերը O կենտրոնով և OA շառավղով շրջանագծի այն A' կետն է, որի համար AOA' անկյունը հավասար է α անկյանը՝ $\angle AOA' = \alpha$: Սահմանված ձևափոխությունը կոչվում է O կետի շուրջ պտույտ α

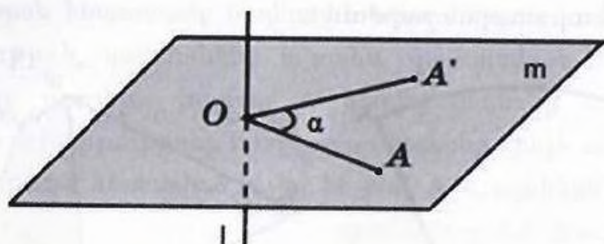
անկյամբ: Հեշտությամբ կարող ենք ապացուցել, որ եթե վերցնենք մի այլ՝ B կետ և նրա B' պատկերը, ապա $AB = A'B'$: Հետևաբար, հարթության պտույտն իր կամայական կետի շուրջ՝ կամայական անկյամբ, հարթության շարժում է:



գծ. 4

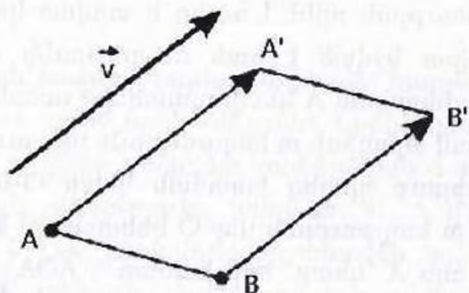
Շարժում է նաև տարածության պտույտը իր որևէ ուղղի կամ առանցքի շուրջ՝ որևէ անկյամբ: Այն ստացվում է հետևյալ կերպ: Վերցնենք տարածության որևէ 1 ուղիղ և տրված կամայական α անկյունը, որի վրա նշված է նաև ուղղությունը (տես գծ. 5): Տարածության կամայական A կետի պատկերը ստանալու համար տանենք այդ կետով այնպիսի m հարթություն, որն ուղղահայաց է 1 հարթությանը: Դիցուք դրանց հատման կետը O -ն է: A կետի պատկերը կլինի m հարթության մեջ O կենտրոնով և OA շառավիղով շրջանագծի այն A' կետը, որի համար $\angle AOA' = \alpha$: Հեշտությամբ կարող ենք ապացուցել, որ եթե վերցնենք մի այլ՝ B կետ և նրա B' պատկերը, ապա $AB = A'B'$: Հետևաբար, տարածության

պտույտը իր կամայական ուղղի շուրջ կամայական անկյամբ տարածության շարժում է:



զծ. 5

Դիտարկենք շարժման վերջին օրինակը՝ հարթության կամ տարածության զուգահեռ տեղափոխությունը: Վերցնենք հարթության տրված v վեկտորը և որպես այդ հարթության կամայական A կետի արտապատկեր ընդունենք նրա այն A' կետը, որի համար AA' վեկտորը հավասար է v վեկտորին՝ $\overrightarrow{AA'} = v$: Նման ձևափոխությունը կոչվում է հարթության զուգահեռ տեղափոխում v վեկտորով:



զծ. 6

Դժվար չէ ցույց տալ, որ եթե վերցնենք մի այլ՝ B կետ և նրա B' պատկերը, ապա $AB = A'B'$ (տես գծ. 6): Հետևաբար, հարթության զուգահեռ տեղափոխումը կամայական v վեկտորով, հարթության շարժում է:

Նույն կերպ կստանանք նաև տարածության զուգահեռ տեղափոխությունը կամայական վեկտորով, որը նույնպես շարժում է:

3. Հարթ պատկերների համաչափությունները

Մենք արդեն գիտենք, որ համաչափությունը գիտական գեղեցիկի բաղադրիչներից մեկն է: Հետևաբար, նրա առկայությունը մարմնին հաղորդում է որոշակի գեղեցկություն: Ավելին, ինչքան շատ են այդ համաչափությունները, այնքան ավելի գեղեցիկ է ու հաճելիորեն է դիտվում այդ մարմինը:

Այժմ այս մոտեցումներին կարող ենք տալ նաև մաթեմատիկական բացատրություն՝ նախապես նման մոտեցում կատարելով համաչափության հասկացության նկատմամբ: Դրա համար, օգտվելով շարժման գաղափարից, տանք հարթ պատկերի և տարածական մարմնի համաչափությունների հասկացությունների սահմանումները:

Հարթության կամայական պատկերի համաչափություն է կոչվում այդ հարթության այնպիսի շարժումը, որի դեպքում այդ պատկերի յուրաքանչյուր կետ արտապատկերվում է նույն պատկերի որևէ կետի: Տարածության կամայական մարմնի համաչափություն է կոչվում տարածության այնպիսի շարժումը, որի

դեպքում մարմնի յուրաքանչյուր կետ արտապատկերվում է այդ մարմնի կետի: Դիտարկենք օրինակներ:

Որպես հարթ պատկեր՝ վերցնենք AB հատվածը: Դժվար չէ նկատել, որ այդ հատվածի յուրաքանչյուր կետ արտապատկերվում է նույն հատվածի ինչ-որ կետի, հարթության նույնական ձևափոխությունն AB հատվածի միջնակետի նկատմամբ համաչափություն կատարելիս: Հետևաբար, AB հատվածը ունի երկու համաչափություն: Հետաքրքրվողները կարող են փորձել ապացուցել, որ այդ հատվածը այլ համաչափություններ չունի:

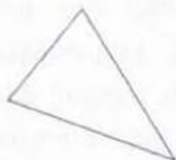
Շատ ավելի հետաքրքիր է և համաչափություններով հարուստ ուղիղը: Պատահական չէ, որ հորիզոնը, որ մեր կողմից ընկալվում է որպես ուղիղ, այդքան գեղեցիկ է: Պատճառը ուղղի համաչափությունների բազմազանությունն է. դրանք անսահման շատ են: Մեր աչքը հեշտությամբ կարող է հորիզոնի յուրաքանչյուր կետից հաճելիորեն տեղափոխվել ցանկացած այլ կետ. դրան օգնում է երկու հանգամանք:

Նախ նկատենք, որ ուղղի համաչափությունները բաժանվում են երկու խմբի. դրանք նրա կամայական կետի նկատմամբ համաչափություններն են և ապա՝ ուղղին զուգահեռ ցանկացած վեկտորով զուգահեռ տեղափոխությունները: Այժմ հորիզոնը պատկերենք ուղղի տեսքով (տես գծ. 7), նրա վրա վերցնենք A և B կետերը: Ի՞նչն է մեզ օգնում A կետից տեղափոխվելու B կետ: Առաջին հերթին դա AB հատվածի O միջնակետի նկատմամբ համաչափությունն է, որ մեզ «թույլ է տալիս թռչել» A -ից B : Այնուհետև գործում է նաև AB վեկտորով զուգահեռ տեղափոխումը, որը մեզ օգնում է նաև սահուն տեղափոխվել A -ից B :



գծ. 7

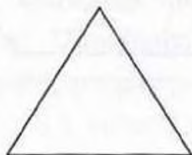
Ուսումնասիրենք եռանկյան համաչափությունները: Դիտարկենք երեք եռանկյուններ՝ ոչ հավասարասրուն՝ ա, հավասարասրուն՝ բ և կանոնավոր՝ գ (տես գծ. 8): Դրանցից ո՞րն է գեղեցիկ:



գծ. 8 ա



գծ. 8 բ



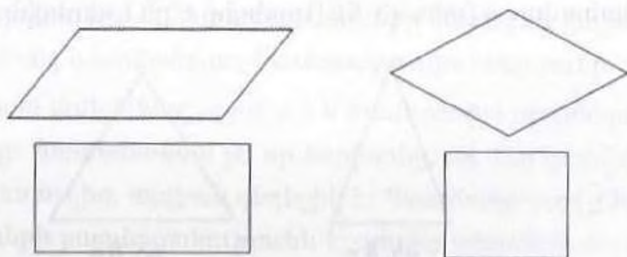
գծ. 8 գ

Հավանաբար շատերը, եթե ոչ՝ բոլորը, կհամաձայնեն, որ եռանկյունները դասավորված են ըստ իրենց գեղեցկության. ամենատգեղը ոչ հավասարասրունն է, հետո գալիս է հավասարասրունը և վերջում՝ ամենագեղեցիկը՝ հավասարակողմը: Ի՞նչն է պատճառը. դարձյալ այդ պատկերների համաչափությունները: Առաջին եռանկյունը համաչափություններ չունի, բացի նույնական շարժումից: Երկրորդը նույնականից բացի ունի ևս մեկ համաչափություն՝ նրա զազաթից իջեցրած բարձրության նկատմամբ համաչափությունը, իսկ երրորդը ունի վեց համաչափություն. երեք բարձրությունների նկատմամբ համաչափությունները և կենտրոնի նկատմամբ երեք պտույտ՝ 0, 120 և 240 աստիճաններով:

Որ նշված շարժումները տրված եռանկյունների համաչափություններ են, ապացուցվում է առանց դժվարության: Իսկ ահա

հակառակը, որ այդ մարմինները, բացի նշվածներից, այլ համաչափություններ չունեն, այդքան հեշտ չէ ապացուցել:

Ավելի հետաքրքիր է քառանկյունների գեղեցկության ուսումնասիրությունը՝ կախված նրանց համաչափություններից: Դիտարկենք քառանկյունների չորս տեսակ՝ զուգահեռագիծ, շեղանկյուն, ուղղանկյուն և քառակուսի (տես գծ. 9):



գծ. 9

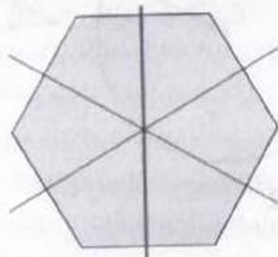
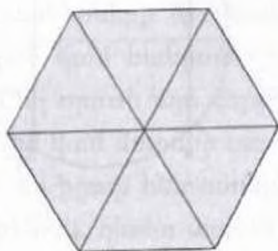
Դժվար չէ նկատել, որ զուգահեռագիծը, որը ուղղանկյուն կամ շեղանկյուն չէ, ունի միայն երկու համաչափություն՝ նույնական շարժումը և կենտրոնի նկատմամբ համաչափությունը: Շեղանկյունը, բացի այդ համաչափություններից, ունի նաև իր անկյունագծերի նկատմամբ երկու համաչափություն:

Չորս համաչափություն ունի նաև ուղղանկյունը, որը քառակուսի չէ և, ի տարբերություն շեղանկյան, անկյունագծերի նկատմամբ համաչափություն չունի, բայց ունի երկու համաչափություն՝ հանդիպակաց կողմերի միջնակետերը միացնող ուղիղների նկատմամբ: Այսպիսով, քառակուսի չհանդիսացող շեղանկյունը և ուղղանկյունը ունեն հավասար թվով համաչափություններ՝ չորսական: Դրանք մաթեմատիկայի տեսանկյունից ունեն նույն

գեղեցկությունը: Մակայն, քանի որ դրանց համաչափությունները իրարից տարբեր են ըստ տեսակների, ապա գեղեցիկի նախընտրելիությունը կախված է դիտողի ճաշակից:

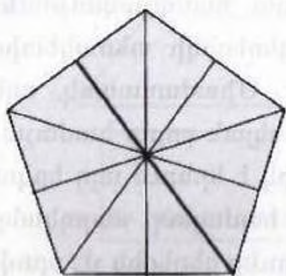
Քառակուսին ունի ութ համաչափություն. որպես ուղղանկյուն և շեղանկյուն՝ այն ունի այդ պատկերների երկուական առանցքային համաչափությունները: Չորս համաչափություն էլ կազմում են քառակուսու կենտրոնի շուրջ նրա չորս պտույտները՝ 0, 90, 180, 270 աստիճանի անկյուններով: Քառակուսու համաչափությունների թվի մեծությունը այն դարձնում է գեղեցիկի տեսակետից նախընտրելի բոլոր քառանկյունների մեջ: Միաժամանակ, այն ունի ինչպես շեղանկյան, այնպես էլ ուղղանկյան բոլոր համաչափությունները: Այդ պատճառով այն գեղեցիկ է երևում այդ երկու պատկերներից յուրաքանչյուրը գեղեցիկ համարող մարդկանց համար: Նկատենք, որ «անկանոն» քառանկյունը գեղեցիկ չէ, որովհետև բացի նույնական շարժումից, այլ համաչափություն չունի:

Կամայական n բնական թվի համար $/n > 2/$ կանոնավոր n -անկյունը ունի $2n$ հատ համաչափություն: Ընդ որում, զույգ n -երի համար դրանք ստացվում են մի ընդհանուր եղանակով, կենտ n -երի համար՝ մի այլ եղանակով:



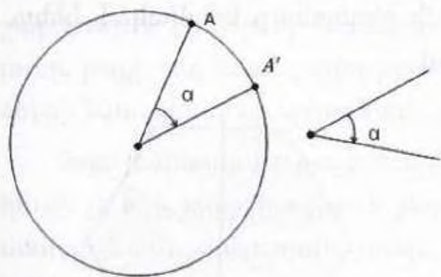
գծ. 10

Գծագիր 10-ում պատկերված է զույգ թվով կողմ ունեցող կանոնավոր n -անկյունը: Նրա n համաչափությունները կստացվեն՝ իր կենտրոնի շուրջ հաջորդաբար $360/n$ աստիճանի $0, 1, 2, \dots, n - 1$ հաստ պտույտներ կատարելով: $n/2$ հաստ համաչափություններ կստացվեն յուրաքանչյուր գագաթը հանդիպակաց գագաթին միացնող ուղղի նկատմամբ համաչափություններից, նույնքան էլ՝ յուրաքանչյուր զույգ հանդիպակաց կողմերի միջնա-կետերը միաց-

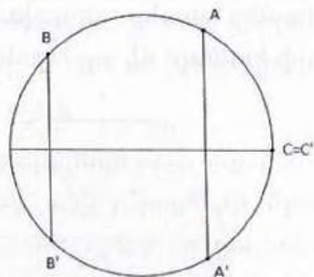


գծ. 11

նող ուղիղների նկատմամբ համաչափություններից: Գծագիր 11-ում պատկերված է կենտ թվով կողմեր ունեցող կանոնավոր n -անկյունը: Նրա առանցքային համաչափությունները կստացվեն որպես յուրաքանչյուր գագաթը կենտրոնին միացնող n ուղիղների նկատմամբ համաչափություններ:



գծ. 12



Դիտարկենք նաև շրջանագծի կամ շրջանի համաչափությունները: Դրանք երկու տեսակի են. շրջանագծի կենտրոնի նկատմամբ բոլոր համաչափությունները և կենտրոնի նկատմամբ բոլոր հնարավոր անկյուններով պտույտները (տես գծ. 12): Հասկանալի է, որ այս դեպքում մենք ունենք անվերջ թվով համաչափություններ: Համաչափությունների այդ մեծ թիվն է, որ շրջանին ու շրջանագծին հաղորդում է նման գեղեցկություն. հարթության ոչ մի երկրաչափական պատկեր այդքան մեծ թվով համաչափություններ չունի և ոչ մի պատկեր էլ շրջանի ու շրջանագծի գեղեցկությունը չունի:

4. Խումբ, ենթախումբ, խմբերի իզոմորֆիզմը

Այսպիսով, յուրաքանչյուր հարթ պատկերի կամ տարածական մարմնի գեղեցկությունը մեծապես պայմանավորված է նրա համաչափություններով: Սակայն պատկերի կամ մարմնի համաչափությունները հանդես են գալիս ոչ միայն որպես դրանց գեղեցկության բնութագրիչներ: Դրանք մեծ դեր են խաղում նաև այդ պատկերների և մարմինների գուտ ֆիզիկական, երկրաչափական կամ հանրահաշվական հատկանիշները ուսումնասիրելիս: Ընդ որում, այս վերջին գործընթացում կարևոր է ոչ միայն պատկերի կամ մարմնի համաչափությունների թիվը, այլև այն, թե ինչպես են իրար հետ առնչվում այդ համաչափությունները: Այսպես, օրինակ, դեռևս տասնիններորդ դարի սկզբներին հանճարեղ մաթեմատիկոսներ Նիլս Աբելը (1802-1829) և Էվարիստ Գալուան (1811-1832), ուսումնասիրելով հավասարումները արմատանշան-

ներով լուծելու՝ տվյալ ժամանակի մաթեմատիկայի դժվարագույն խնդիրը, ցույց տվեցին, որ նրա դրական պատասխանը պայմանավորված է համապատասխան բազմանդամի արմատների համաչափությունների խմբի ինչ-ինչ հատկությունների հետ: Այս արդյունքը հավանաբար համաչափության գաղափարի ամենախորը կիրառությունն է մաթեմատիկայում: Այն ցույց է տալիս, որ համաչափությունը ոչ միայն բնության, այլև մաթեմատիկայի կազմավորիչ գաղափարներից մեկն է: Աբելի և Գալուայի այս մոտեցումը հանգեցրեց ժամանակակից հանրահաշվի և, ընդհանրապես, մաթեմատիկայի կարևորագույն բնագավառներից մեկի՝ խմբերի տեսության առաջացմանը և բուռն զարգացմանը: Հետագա շարադրանքում մեզ անհրաժեշտ են լինելու այդ տեսության տարրերը, ինչին մենք ձեռնամուխ կլինենք ստորև: Այդ տեսությանը ավելի մանրամասն կարելի է ծանոթանալ ռուսական [22], [93] և հայերեն [9] հրատարակությունների միջոցով:

Դիտարկենք կամայական G ոչ դատարկ բազմությունը և նրա վրա տրված $*$ երկտեղ գործողությունը. այն G բազմության տարրերի կամայական a և b կարգավորված գույգին առնչում է այդ բազմության մեկ տարր, որը կնշանակենք կամ կգրառենք $a*b$ տեսքով: Օրինակ՝ ամբողջ թվերի Z բազմության վրա տրված գումարման գործողությունը ամբողջ թվերի a և b կարգավորված գույգին առնչում է $a+b$ ամբողջ թիվը, իսկ հանման գործողությունը՝ $a-b$ ամբողջ թիվը: $*$ գործողությունը կարող է օժտված լինել որոշ հատկություններով, որոնց մեջ մեզ համար կարևոր են երեքը.

ա. G բազմության կամայական a , b և c տարրերի համար՝
 $a * (b * c) = (a * b) * c$:

բ. G բազմության մեջ գոյություն ունի այնպիսի մի e տարր, որ G-ի կամայական a տարրի համար $a \cdot e = e \cdot a = a$:

գ. G բազմության կամայական a տարրի համար գոյություն ունի այնպիսի b տարր, որ $a \cdot b = b \cdot a = e$:

Ամբողջ թվերի Z, ռացիոնալ թվերի Q, իրական թվերի R և կոմպլեքս թվերի C բազմություններից յուրաքանչյուրի վրա տրված գումարման $+$ գործողությունը օժտված է բոլոր այս երեք հատկություններով: Ընդ որում, ք հատկության մեջ նշված e տարրի դերը խաղում է 0 ամբողջ թիվը, իսկ q հատկության մեջ a տարրի համար նշված b տարրի դերը խաղում է a -ի հակադիրը $-a$ -ն: Նույն բազմությունների վրա տրված հանման $-$ գործողությունն արդեն չի բավարարում այս հատկություններից և ոչ մեկին: Z, Q, R և C բազմությունների վրա տրված բազմապատկման $\cdot$ գործողությունը բավարարում է ա և բ հատկություններին, ընդ որում ք հատկության մեջ նշված e տարրի դերը խաղում է 1 թիվը: Վերջին q հատկությանը նշված գործողությունը չի բավարարում: Z բազմության վրա տրված բազմապատկման գործողությունը չի բավարարում q պայմանին, քանի որ Z-ի ոչ բոլոր տարրերն ունեն հակադարձ: Իսկ Q, R, C բազմություններում q պայմանի խախտումը տեղի է ունենում 0 թվի հաշվին. այն հակադարձ չունի: Ահա, եթե վերջին բազմություններից հեռացնենք 0-ն, ապա ստացված բազմություններում արդեն տեղի կունենան նշված երեք հատկությունները միաժամանակ:

Նշված երեք հատկությունները բնորոշում են ժամանակակից մաթեմատիկայի կարևորագույն գաղափարներից մեկը: Եթե G բազմության վրա տրված $\cdot$ գործողությունը բավարարում է ա, բ, գ

պայմաններին, ապա G -ն կոչվում է խումբ • գործողության նկատմամբ: Հեշտությամբ կարելի է ցույց տալ, որ կամայական խմբում e պայմանին բավարարող e տարրը միակն է, ինչպես նաև a տարրի համար միակն է q պայմանին բավարարող b տարրը:

Z, Q, R, C բազմություններից յուրաքանչյուրը կազմում է խումբ գումարման գործողության նկատմամբ: Դրանք համապատասխանաբար կոչվում են ամբողջ, ռացիոնալ, իրական, կոմպլեքս թվերի գումարային խմբեր: Եթե Q, R, C բազմություններից հեռացնենք 0 թիվը, ապա ստացված բազմությունները կկազմեն խումբ թվերի բազմապատկման գործողության նկատմամբ: Դրանք էլ համապատասխանաբար կկոչվեն ռացիոնալ, իրական, կոմպլեքս թվերի արտադրյալային խմբեր: Այս վերջին խմբերի ազդեցությամբ և նմանությամբ էլ ընդունված է խմբային գործողությունը նշանակել $\cdot$ նշանով, խմբի e տարրը անվանել նրա միավոր և նշանակել 1 -ով, խմբի a տարրի համար q պայմանով որոշվող միակ b տարրը անվանել a -ի հակադարձ և նշանակել a^{-1} -ով:

Խմբերի մեր բերած օրինակները՝ թվային խմբերը, մեծ դեր են խաղում մաթեմատիկայում: Բայց մեզ հետաքրքրելու են ոչ թվային խմբերը: Նկարագրենք դրանցից մեկը:

$\{1, 2, \dots, n\}$ բազմության տեղադրություն է կոչվում այդ բազմության յուրաքանչյուր վերադրումն ինքն իր վրա: Եթե պայմանավորվենք մի վերջավոր բազմությունից մյուսի մեջ տրված f ֆունկցիայի համար ընդունել

$$f = \begin{pmatrix} a_1 a_2 \dots a_n \\ b_1 b_2 \dots b_n \end{pmatrix}$$

նշանակումը, որտեղ առաջին տողի յուրաքանչյուր տարրի տակ ներքևի տողում գրված է նրա պատկերը, ապա f -ի տեղադրություն լինելը նշանակում է

$$\{1, 2, \dots, n\} = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}:$$

Ընդունված է $\{1, 2, \dots, n\}$ բազմության բոլոր տեղադրությունների բազմությունը նշանակել $S(n)$ -ով: Դժվար չէ ցույց տալ, որ $S(n)$ -ի տարրերի թիվը հավասար է $n!$ -ի $/[9]$: Մասնավորապես՝ $|S(2)| = 2$, $|S(3)| = 6$, $|S(4)| = 24$, $|S(5)| = 120$:

Ընդունված է նաև բազմապատկել տեղադրությունները, ինչը կատարվում է հետևյալ եղանակով.

$$\begin{pmatrix} a_1 a_2 \dots a_n \\ b_1 b_2 \dots b_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 b_2 \dots b_n \\ c_1 c_2 \dots c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 \dots a_n \\ c_1 c_2 \dots c_n \end{pmatrix}:$$

Օրինակ՝

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}:$$

Դժվար չէ ցույց տալ, որ $S(n)$ բազմությունը կազմում է խումբ այս ձևով սահմանված տեղադրությունների բազմապատկման գործողության նկատմամբ: Միավոր տարրի դերը խաղում է նույնական՝

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} a_1 a_2, \dots, a_n \\ a_1 a_2 \dots a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix}$$

տեղադրությունը, իսկ $\begin{pmatrix} a_1 a_2, \dots, a_n \\ b_1 b_2 \dots b_n \end{pmatrix}$ տեղադրության հակադարձը $\begin{pmatrix} b_1 b_2, \dots, b_n \\ a_1 a_2 \dots a_n \end{pmatrix}$ տեղադրությունն է, քանի որ նրանց արտադրյալը հավասար է նույնական տեղադրությանը:

Նշենք, որ, ի տարբերություն վերևում դիտարկված թվային խմբերի, տեղադրությունների խմբերը վերջավոր են: Վերջավոր խմբի տարրերի թիվը կոչվում է նրա կարգ: Օրինակ՝ $S(n)$ խմբի կարգը հավասար է $n!$ -ի:

Մեզ անհրաժեշտ է լինելու նաև ենթախմբի կարևոր հասկացությունը: Եթե G -ն խումբ է $\cdot$ գործողության նկատմամբ և G -ի A ենթաբազմությունը նույնպես խումբ է նույն գործողության նկատմամբ, ապա կասենք, որ A -ն G -ի ենթախումբն է: Կամայական G խմբի ենթախումբ է ինքը՝ G -ն և միավոր ենթախումբը՝ G -ի միայն 1 միավորից կազմված $\{1\}$ ենթաբազմությունը: Ամբողջ, ռացիոնալ, իրական և կոմպլեքս թվերի գումարային խմբերից յուրաքանչյուրը ենթախումբ է իր հաջորդների համար և այլն:

Վերջավոր $\{1, 2, \dots, n\}$ բազմության տեղադրությունների $S(n)$ խմբի կարևոր ենթախումբ է կազմում այդ բազմության բոլոր գույգ տեղադրությունների $A(n)$ բազմությունը $/[9]/$, որը կորոշենք հետևյալ կերպ: Նախ $\{1, 2, \dots, n\}$ բազմության չկրկնվող անդամներով $a_1, a_2, \dots, a_n$ հաջորդականության համար հաշվենք նրա անդամների «անկարգությունների» թվերի գումարը հետևյալ կերպ. a_1 -ի համար այդ թիվը զրո է, a_i -ի համար այն հավասար է նրանից ձախ և նրանից մեծ անդամների թվին: Տեղափոխությունը անվանենք գույգ /կենտ/, եթե նրա բոլոր անդամների համար նշված թվերի կամ «անկարգությունների» գումարը գույգ է /կենտ է/:

Օրինակ, 13524 տեղափոխությունը կենտ է, իսկ 15432 տեղափոխությունը՝ զույգ: $\{1, 2, \dots, n\}$ բազմության

$$\begin{pmatrix} a_1 a_2 \dots a_n \\ b_1 b_2 \dots b_n \end{pmatrix}$$

տեղադրությունը կոչվում է զույգ, եթե $a_1, a_2, \dots, a_n$ և $b_1, b_2, \dots, b_n$ տեղափոխությունները միաժամանակ զույգ են կամ միաժամանակ կենտ: Հակառակ դեպքում տեղադրությունը կոչվում է կենտ: Կարելի է ցույց տալ, որ $\{1, 2, \dots, n\}$ բազմության բոլոր զույգ տեղադրությունների $A(n)$ բազմությունը խումբ է, որի կարգը հավասար է $n!/2$: Այն կոչվում է n -րդ աստիճանի նշանափոխ խումբ $[n]$: Պարզ է, որ $A(n)$ -ը $S(n)$ -ի ենթախումբ է:

Խմբերի վերաբերյալ վերջին հասկացությունը, որ մեզ անհրաժեշտ է լինելու, իզոմորֆիզմի հասկացությունն է: Այն նշանակում է խմբերի ըստ էության հավասարություն և ներմուծվում է բազմությունների և նրանց վրա տրված գործողությունների նկատմամբ սահմանված խմբերի միջև էական տարբերությունը և նույնակա- նությունը հասկանալու նպատակով:

Երկու խմբեր՝ G_1 -ը $\cdot_1$ -ի նկատմամբ և G_2 -ը $\cdot_2$ -ի նկատմամբ, կոչվում են իզոմորֆ, եթե նրանց միջև գոյություն ունի այնպիսի f վերադրում, որ G_1 -ի կամայական a և b տարրերի համար

$$f(a \cdot_1 b) = f(a) \cdot_2 f(b):$$

f -ը կոչվում է իզոմորֆիզմ նշված խմբերի միջև: Դժվար չէ ցույց տալ, որ խմբերի իզոմորֆ լինելու առնչությունը համարժեքություն է, այսինքն՝

ա. անդրադարձելի է՝ յուրաքանչյուր խումբ իզոմորֆ է ինքն իրեն,

բ. համաչափելի է՝ եթե առաջին խումբը իզոմորֆ է երկրորդին, ապա երկրորդն էլ իզոմորֆ է առաջինին,

գ. փոխանցելի է՝ եթե առաջին խումբը իզոմորֆ է երկրորդին, երկրորդը՝ երրորդին, ապա առաջինը իզոմորֆ է երրորդին:

Ամբողջ թվերի Z գումարային խմբի ենթախումբ է, օրինակ, գույգ թվերից կազմված նրա $2Z$ ենթախումբը, և այս երկու խմբերը իրար իզոմորֆ են, քանի որ $f(x) = 2x$, $x \in Z$ արտապատկերումը իզոմորֆիզմ է նշված խմբերի միջև: Այնուհետև, իրական դրական թվերի R^+ բազմությունը իրական թվերի արտադրյալային խմբի ենթախումբ է և իզոմորֆ է իրական թվերի գումարային R խմբին, քանի որ $x \rightarrow \ln x$, $x \in R^+$ արտապատկերումը վերադրում է և $\ln(xy) = \ln x + \ln y$, $x, y \in R^+$:

Խմբերի իզոմորֆիզմի սահմանումից հետևում է, որ վերջավոր իզոմորֆ խմբերը ունեն նույն կարգը, այսինքն՝ նրանց տարրերի քանակը նույնն է: Հակառակ պնդումը, սակայն, ճիշտ չէ. միննույն կարգն ունեցող խմբերը պարտավոր չեն իզոմորֆ լինել: Նման օրինակ մենք կկառուցենք հաջորդ կետում:

5. Համաչափությունների խմբեր

Խմբերի շատ կարևոր տեսակ են կազմում կամայական պատկերի կամ մարմնի համաչափությունները: Նման խմբեր կառուցելու համար առաջին հերթին անհրժեշտ է սահմանել համաչափու-

թյունների արտադրյալի հասկացությունը: Այստեղ մենք ելնում ենք նրանից, որ յուրաքանչյուր համաչափություն շարժման տեսակ է, իսկ շարժումը՝ հարթության կամ տարածության՝ ինչ-որ հատկությամբ օժտված ձևափոխություն: Վերջիններիս, այսինքն՝ ձևափոխությունների արտադրյալն արդեն սահմանվում է դպրոցական մաթեմատիկայում: Միայն այնտեղ այդ արտադրյալը մի փոքր այլ անվանում ունի. այն կոչվում է բարդ ֆունկցիա կամ համադրույթ: Նկատենք, որ այս երկու անվանումներն էլ ծայրահեղ անհաջող են մեր գաղափարի իրականացման համար, և մենք դրանց փոխարեն կօգտագործենք «արտադրյալ» եզրույթը:

Հարթության կամ տարածության երկու ձևափոխությունների արտադրյալ է կոչվում նրանց հաջորդական կատարման արդյունքը, այսինքն՝ երկու ձևափոխությունների արտադրյալը մի նոր ձևափոխություն է, որի միջոցով կամայական կետի պատկերը ստանալու համար նախ պետք է ստանանք այդ կետի պատկերը առաջին ձևափոխությամբ, ապա՝ ստացված կետի պատկերը՝ երկրորդ ձևափոխությամբ:

Խումբ է կազմում հարթության կամ տարածության բոլոր ձևափոխությունների բազմությունը ձևափոխությունների բազմապատկման գործողության նկատմամբ: Այստեղ միավորի դերը խաղում է հարթության /տարածության/ ε նույնական արտապատկերումը. հարթության /տարածության/ կամայական A կետի համար ընդունում ենք $\varepsilon(A) = A$: Իսկ հարթության /տարածության/ կամայական f ձևափոխության հակադարձը f ֆունկցիայի հակադարձն /այն գոյություն ունի, որովհետև f ձևափոխությունը փոխմիարժեք և վրա ձևափոխություն է/: Խումբ է կազմում հարթության /տարածության/ բոլոր շարժումների բազմությունը: Այս խումբը

կոչվում է հարթության /տարածության/ ձևափոխությունների խումբ:

Հարթության /տարածության/ ձևափոխությունների խմբի ենթախումբ է նրա շարժումների խումբը: Իսկապես, կամայական երկու շարժումների արտադրյալը կպահպանի երկու կետերի հեռավորությունը, քանի որ շարժումներից յուրաքանչյուրը պահպանում է այդ հեռավորությունը: Երկու կետերի հեռավորությունը կպահպանի նաև կամայական շարժման հակադարձ ձևափոխությունը: Այսինքն՝ կամայական երկու շարժումների արտադրյալը և կամայական շարժման հակադարձը նորից շարժումներ են: Իսկ դա էլ նշանակում է, որ հարթության /տարածության/ բոլոր շարժումների բազմությունը կազմում է խումբ:

Նույն կերպ ցույց կտրվի, որ հարթության /տարածության/ շարժումների խմբի ենթախումբ է հարթության /տարածության/ կամայական պատկերի /մարմնի/ համաչափությունների խումբը:

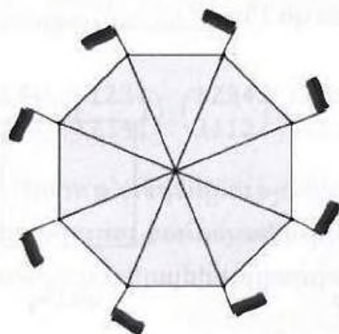
Մեզ համար կարևոր նշանակություն ունեն մի շարք ծանոթ պատկերների և մարմինների համաչափությունների խմբերը: Կատարենք դրանց որոշ պարզագույն նկարագրություն:

Նկատենք, որ երբ մենք դիտարկում ենք կամայական պատկեր կամ մարմին, օրինակ՝ քառակուսին, ապա կամայական հարթության մեջ կան բազմաթիվ քառակուսիներ, և բնականաբար, տարբեր են նաև այդ իրարից տարբեր քառակուսիների համաչափությունների խմբերը: Բայց դրանք բոլորը իզոմորֆ են իրար:

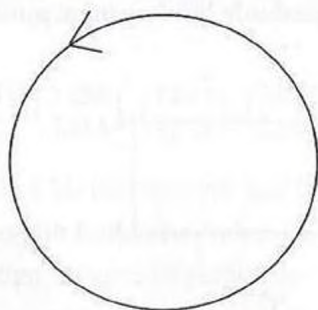
Նշանակենք K_1 -ով միայն նույնական շարժումից կազմված խումբը: Այն կամայական ոչ համաչափելի պատկերի համաչափությունների խումբն է:

Նշանակենք K_2 -ով նույնական շարժումից և որևէ ուղղի նկատմամբ համաչափությունից կազմված խումբը: Այն կամայական հատվածի, ինչպես նաև հավասարասրուն, բայց ոչ հավասարակողմ եռանկյան համաչափությունների խումբն է:

Կամայական n բնական թվի համար նշանակենք $K_3(n)$ -ով հարթության որևէ կետի շուրջ $0, 360/n, 2 \cdot 360/n, \dots, (n-1) \cdot 360/n$ աստիճաններով պտույտների խումբը: Հասկանալի է, որ n -ին տալով $1, 2, 3, \dots$ արժեքներ, $K_3(n)$ -ից կստանանք $K_3(1), K_3(2), K_3(3), \dots$ անվերջ քանակությանը խմբեր: Գծագիր 13-ում բերված է պատկեր, որի համաչափությունների խումբն է $K_3(n)$ -ը:



գծ. 13



գծ. 14

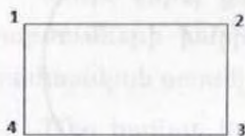
Նշանակենք K_4 -ով հարթության որևէ կետի շուրջ բոլոր հնարավոր անկյուններով պտույտների բազմությունը: Այն խումբ է: Գծագիր 14-ում բերված է պատկեր՝ ուղղորդված շրջան, որի համաչափությունների խումբը K_4 -ն է:

Նշանակենք $K_5(n)$ -ով հարթության որևէ կետի շուրջ $0, 360/n, 2 \cdot 360/n, \dots, (n-1) \cdot 360/n$ աստիճաններով պտույտների և այդ կետով անցնող և իրար հետ հավասար անկյուն կազմող n ուղիղների

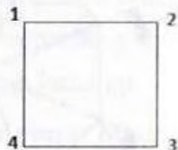
նկատմամբ համաչափությունների բազմությունը: Այն կազմում է կանոնավոր n -անկյան համաչափությունների խումբը:

Վերջապես, K_6 -ով նշանակենք հարթության որևէ կետի շուրջ բոլոր պտույտների և այդ կետով անցնող բոլոր ուղիղների նկատմամբ համաչափությունների բազմությունը: Այն կամայական շրջանի համաչափությունների խումբն է:

Նկատենք, որ քառակուսի չհանդիսացող ուղղանկյան համաչափությունների խումբն ունի չորս տարր՝ նույնական ձևափոխությունը, կենտրոնի նկատմամբ համաչափությունը և կողմերին գուգահեռ և կենտրոնով անցնող երկու առանցքների նկատմամբ համաչափությունները /տես գծ.15ա/:



գծ.15ա



գծ.15բ

գծ.15գ

Չորս տարր ունի նաև շեղանկյան համաչափությունների խումբը /տես գծ.15բ/, ինչպես նաև $K_3(4)$ խումբը: Ուղղանկյան /բայց ոչ քառակուսու/ զազաթները նշանակենք 1, 2, 3, 4 թվերով: Այդ դեպքում նրա համաչափությունները կստացվեն, եթե ունենանք զազաթների կամ նշված կետերի պատկերները: Դժվար չէ համոզվել, որ ուղղանկյան բոլոր համաչափությունները կստացվեն նրա զազաթների հետևյալ տեղադրությունների միջոցով.

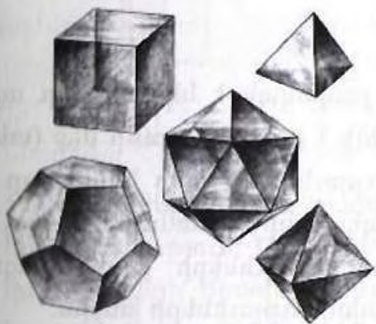
$$(1234), (1234), (1234), (1234), (1234):$$

Միևնույն ժամանակ, այս տեղադրությունները կազմում են խումբ, որը Ֆելիքս Բլայնի պատվին կոչվում է Բլայնի չորրորդական խումբ: Այսպիսով, ուղղանկյան /ոչ քառակուսու/ համաչափությունների խումբը իզոմորֆ է Բլայնի չորրորդական խմբին: Հեշտությամբ կարելի է համոզվել, որ այդ խմբին է իզոմորֆ նաև շեղանկյան համաչափությունների խումբը /տես գծ. 15բ/:

Քառանկյան և շեղանկյան համաչափությունների խմբերը իզոմորֆ չեն քառակուսու համաչափությունների $K_3(4)$ խմբին: Հետևելով 15գ գծագրի նշանակումներին, քառակուսու համաչափությունները կստանանք, կատարելով նրա գագաթների հետևյալ տեղադրությունները.

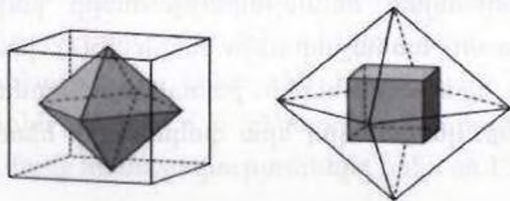
$$\begin{pmatrix} 1234 \\ 1234 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1234 \\ 2341 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1234 \\ 3412 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1234 \\ 4123 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1234 \\ 1432 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1234 \\ 3214 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1234 \\ 4321 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1234 \\ 2143 \end{pmatrix}:$$

Այս ութ տեղադրությունները կազմում են խումբ, որն իզոմորֆ է քառակուսու համաչափությունների խմբին և միաժամանակ պարունակում է Բլայնի չորրորդական խումբը՝ որպես ենթախումբ:

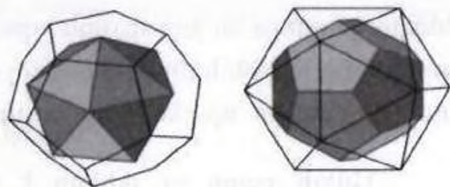


Ավելի բարդ ու դժվար է տարածական մարմինների համաչափությունների ու նրանց խմբերի ուսումնասիրությունը: Այստեղ կատարենք միայն պլատոնյան մարմինների՝ կանոնավոր բազմանիստերի համաչափությունների խմբերի նկարագրությունը:

Պլատոնյան մարմինները աչքի են ընկնում համաչափությունների առատությամբ, ինչով և պայմանավորված է դրանց գեղեցկությունը: Կանոնավոր տետրաեդրը ունի 12 համաչափություն: Խումբը իզոմորֆ է 4-րդ աստիճանի նշանափոխ խմբին և ունի 12 տարր: Խորանարդը և օկտաեդրը ունեն միևնույն քանակությամբ և նույն համաչափությունները:



գծ. 16 ա

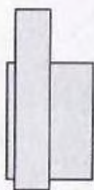


գծ. 16 բ

Դրանում համոզվելու համար բավական է նկատել, որ այդ մարմիններից յուրաքանչյուրը կարելի է ներգծել մյուսի մեջ (տես գծ. 16ա): Խորանարդի համաչափությունների թիվը հավասար է 24-ի: Հետևապես, օկտաեդրը նույնպես ունի 24 համաչափություն: Դրանցից յուրաքանչյուրի համաչափությունների խումբը իզոմորֆ է 4-րդ աստիճանի բոլոր տեղափոխությունների խմբին:

Իկոսաեդրը և դոդեկաեդրը ունեն միևնույն քանակությամբ և նույն համաչափությունները: Դրանում համոզվելու համար էլ բավական է նկատել, որ այդ մարմիններից յուրաքանչյուրը կարելի է ներգծել մյուսի մեջ (տես գծ. 16բ): Այդ մարմիններից յուրաքանչյուրը ունի 60 համաչափություն, ինչով և պայմանավորված է դրանց գեղեցկությունը: Այն իզոմորֆ է 5-րդ աստիճանի նշանափոխ խմբին:

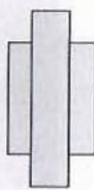
Վերջում կատարենք ևս մեկ կարևոր նկատառում: Դիտարկենք 17 գծագրի երեք պատկերները: Դրանցից յուրաքանչյուր կազմված է երկու պատկերների՝ ուղղանկյան և քառակուսու համադրությունից, բնականաբար, դրանք առանձին-առանձին ունեն նույն համաչափության խմբերը բոլոր երեք պատկերներում: Բայց ամբողջական՝ համադրական տեսքով ավելի համաչափ է 17գ, այնուհետև՝ 17բ և վերջում՝ 17ա պատկերը: Ինչպե՞ս սա ներկայացնել խմբերի տեսության տերմինաբանությամբ:



գծ. 17 ա



գծ. 17բ



գծ. 17գ

Բոլոր պատկերներում քառակուսին ունի 8, իսկ ուղղանկյունը՝ 4 համաչափություն: 17ա պատկերում միայն ուղղանկյան համաչափությունների միավոր խումբն է նաև ենթախումբ քառակուսու համաչափությունների խմբի համար: 17բ-ում նման ենթախումբ է ուղղանկյան առանցքներից մեկի նկատմամբ համաչափությունից

և նույնականից ձևափոխությունից կազմված ենթախումբը, իսկ 17գ-ում ուղղանկյան համաչափությունների ողջ խումբը քառակուսու համաչափությունների խմբի ենթախումբ է, և ամբողջական պատկերը ստանում է միասնական՝ ուղղանկյանը հատուկ բոլոր համաչափությունները, նրա համաչափությունների խումբը համընկնում է ուղղանկյան համաչափությունների խմբի հետ:

Այս նկատառումը ցույց է տալիս, որ մի քանի պատկերներից /մարմիններից/ կազմված համադրական պատկերի /մարմնի/ համաչափությունների խմբի դիտարկման ժամանակ անհրաժեշտ է տեսնել, թե համադրվող պատկերների /մարմինների/ համաչափությունները արդյո՞ք իրար հետ շաղկապված են ենթախմբային կապերով: Ինչքան ամուր /այսինքն՝ շատ/ են նման կապերը, այնքան մեծ է համադրական պատկերի /մարմնի/ գեղագիտական գրավչությունը:

§3. ՈՍԿԵ ՀԱՏՈՒՄԸ

Երկարաչափությունը ունի երկու գանձ՝ Պյութագորասի թեորեմը և ոսկե բաժանումը: Առաջինը կարելի է համեմատել ոսկու հետ, իսկ եկրորդը ավելի շատ հիշեցնում է թանկարժեք քար:

Բոհան Գեպլեր



Ագեսանդր:

Միլոսյան Աֆրոդիտա, մ.թ.ա. III-II դդ: Պեղվել է 1820 թ. Հունական Միլոս կղզում: Արտահայտում է գեղեցիկի հավերժական իդեալը

1. Համեմատություն և ոսկե հատում

Ճանաչողության հիմնական մեթոդներից մեկն է համեմատությունը, որ հանդես է գալիս նաև որպես գեղեցիկի գնահատման կարևոր հայտանիշ: Կանտը գտնում է, որ գեղեցիկը ի հայտ է գալիս համեմատության մեջ: Նա նշում է, որ, օրինակ, յուրաքանչյուր ոչ այլանդակ կին կարող է խելքահան անել յուրաքանչյուր տղամարդու, միայն պետք է այդ կինը միակը լինի, տղամարդը համեմատության հնարավորություն չպիտի ունենա: Այդ կնոջ քիթը կարող է մեծ լինել, նրա աչքերի ձևը կամ մարմնի այլ մասերը տղամարդուն կարող են դուր չգալ: Բայց ժամանակի ընթացքում կամաց-կամաց տղամարդը կհարմարվի դրանց, ու դրանք իրեն դուր կգան: Սրա բացատրությունը երևի այն է, որ կնոջ քիթը, աչքերը, մարմնի մնացած մասերը և կինը, ընդհանրապես, ստեղծված են այսպես, որ տղամարդուն դուր գան. տղամարդը պետք է ձգտի կնոջը. դա հետևում է տեսակի պահպանման ընդհանրական խնդրի լուծման անհրաժեշտությունից: Եվ պատահական չէ, որ յուրաքանչյուր կին առավոտյան, նայելով հայելուն, տեսնում է իրեն նայող երկու հրաշալի աչքեր: Դրանք իրոք գեղեցիկ են: Սա իրացիոնալ գնահատական է, որի բացատրությունը վեր է մարդկային բանականությունից: Իսկ ինչու՞ տղամարդը երբեմն չի տեսնում այդ գեղեցկությունը: Որովհետև նա դրանց երկար չի նայում կամ ընդհանրապես չի նայում: Իսկ չի նայում, որովհետև դրա կողքին կան այլ աչքեր, որոնց ձևը, գույնը, փայլը կամ այլ որակներ տղամարդուն ավելի են դուր գալիս:

Այո, համեմատությունը գեղեցիկի գնահատման կարևոր չափանիշ է: Սակայն «համեմատություն» եզրը մաթեմատիկայի մեջ

գործածվում է այլ իմաստով: Այն առաջին անգամ հանդիպում է Յիցերոնի (մ.թ.ա.106-մ.թ.ա. 43) մոտ a, b, c, d մեծությունների միջև $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ կապը արտահայտելու համար: Այս իմաստով համեմատությունը կոչվում է նաև պրոպորցիա /լատիներեն՝ proportion – համաչափելիություն, մասերի հավասարեցում/: Մաթեմատիկական այդ հավասարությունը արդեն երկու հազար տարուց ավելի է գործածվում է մաթեմատիկայի ամենատարբեր կիրառություններում, տեղ է գտել դասագրքերում: Այն օգտագործվում է նաև բնության, գեղարվեստական առանձին ստեղծագործությունների տարրերի միջև որոշ կապեր արտահայտելու և այդ ճանապարհով գեղագիտական ինչ-ինչ գնահատական ստանալու համար:

Նախորդ կետում մենք ցույց տվինք համաչափության կարևոր նշանակությունը որպես գեղեցիկի բաղադրիչ: Սակայն պետք է նկատել, որ համաչափությունը նաև որոշ անշարժություն, քարացվածություն է հաղորդում պատկերին: Իսկական գեղեցիկի համար անրաժեշտ է համաչափի և անհամաչափի՝ սիմետրիկի և ասիմետրիկի զուգորդումը: Իսկ ինչպե՞ս, ի՞նչ համամասնությամբ պետք է զուգորդել սիմետրիկը և ասիմետրիկը՝ գեղեցիկը ստանալու համար: Ահա այս հարցին պատասխանում է համեմատությունը:

Այսպես, օրինակ, փորձենք Մասիսի կողքին Միսի փոխարեն տեղադրել մեկ այլ Մասիս: Կունենանք կատարյալ համաչափություն, որը սակայն այն գեղեցկությունը չի ունենա, ինչ իրական Արարատը: Ուշադիր գեղագետը կարող է նկատել, որ Արարատի դիմացից ձգվող ավտոճանապարհով շարժվելիս Արարատների թողած գեղագիտական տպավորությունը շարժմանը զուգընթաց

փոփոխվում է: Ո՞րն է պատճառը: Պարզ է, որ մեր շարժման ընթացքում փոփոխվում են Մասիսից և Սիսից ունեցած մեր հեռավորությունները, ըստ այդմ՝ փոփոխվում է դրանց՝ մեզ երևալու չափերի հարաբերակցությունը, ինչն էլ անդրադառնում է ստեղծված և ընկալվող պատկերի՝ փոփոխական Արարատի գեղեցկության վրա: Իսկ այդ չափերի ինչպիսի՞ հարաբերակցության դեպքում է այդ փոփոխական Արարատը ամենագեղեցիկը:

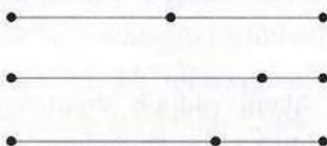


Բնականաբար, առաջադրվող հարցադրումը միայն Արարատի համար չէ, որ կարելի է կատարել: Այդ հարցադրումը դարեր շարունակ հետաքրքրել և հուզել է մարդկանց, որովհետև, ինչպես պարզվում է, նրա ճշմարիտ պատասխանը ընկած է գեղեցիկի ճանաչման կարևորագույն սկզբունքներից մեկի հիմքում:

Եթե նորից անդրադառնանք Արարատին, ապա գեղեցիկի նրա թողած ազդեցությունը հիմնականում պայմանավորված է Մասիսի և Սիսի չափերի հարաբերակցությամբ: Պատկերված նկարներում երկու լեռների բարձրությունների հարաբերությունները համապատասխանաբար հավասար են՝ 2; 1,6: Արդյո՞ք ձեզ չի թվում, որ ձախ կողմի նկարում Սիսի չափերը շատ փոքր են Մասիսի չափերի համեմատությամբ, իսկ ահա աջ կողմի նկարում այդ

հարաբերակցությունը աչքի չի «գարնում»: Պարզվում է, որ գաղտնիքը 1,6 թվի մեջ է:

Այժմ մեր դիտարկումները տեղափոխենք կամայական հատվածի վրա:



Առաջին գծագրում հատվածը բաժանված է երկու հավասար մասերի, կատարվել է համաչափելի՝ սիմետրիկ բաժանում, և ստացված պատկերը ծայրահեղորեն հավասարակշռված է և միաժամանակ, «քարացած»: Երկրորդ գծագրում բաժանման կետը ծայրակետերից մեկին շատ մոտ է. ստացված պատկերը չափազանց անհավասարակշռված է և «անհանգիստ»: Միայն մասերի հարաբերակցության ինչ-որ «ոսկե միջին» է ապահովում սիմետրիկի և ասիմետրիկի ցանկալի միասնությունը, ինչը պատկերին կհաղորդի և՛ հանգստություն, և՛ շարժում, և՛ գեղեցկություն: Այդ «ոսկե միջինը» կատարված է երրորդ գծագրում, որտեղ մենք քարացվածության կամ անհանգստության զգացում չենք ունենում: Աչքի համար հաճելի նման բաժանումը հետաքրքրել է նաև հին աշխարհի իմաստուններին՝ սկսած Եգիպտացիներից: Պյութագորասը հատվածների այդպիսի բաժանումը անվանել է ոսկե համեմատություն: Գտնենք նրա թվային արտահայտությունը՝ a հատվածը այնպես բաժանենք b և c մասերի, որ

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} :$$

Ահա ոսկե համեմատությունը: Այն բոլոր ժամանակներում լայնորեն կիրառվել է արվեստում: Լեոնարդո դա Վինչին այն անվանել է *Sectio aurea*, այսինքն՝ ոսկե հատում, իսկ Իոհան Կեպլերը՝ *Sectio divina*՝ աստվածային հատում: Կեպլերը ոսկե համեմատությունը Պյութագորասի թեորեմի հետ միասին համարում է երկրաչափության երկու գանձերը:

Դա Վինչիից և Կեպլերից հետո ընկած ժամանակներում պարզվեց, որ ոսկե հատումը կապված է բնագիտական բազմաթիվ երևույթների, օրինաչափությունների հետ: Այն լայնորեն օգտագործվում է նաև կենդանական աշխարհի, մարդու կառուցվածքի մեջ: Այսպիսով, լինելով բնության, աստվածային ստեղծագործության օրենք, ոսկե հատումը նաև գեղեցիկի, մարդկային ստեղծագործության օրենք է և հանդիպում է տարբեր քաղաքակրթություններում, տարբեր ժամանակներում, արվեստի տարբեր բնագավառներում:

2. Ոսկե հատումը

Այժմ լսենք ժամանակակից հոգեբան Ա. Կուրպատովին: Նա ասում է. «Կան բաներ, որ հնարավոր չէ բացատրել: Ահա դուք մոտենում եք դատարկ նստարանին և նստում նրա վրա: Որտե՞ղ կնստեք՝ մեջտեղում: Կամ գուցե որևէ տեղ՝ ամենաձայրո՞ւմ: Ո՛չ, ըստ երևույթին ո՛չ մեկը և ո՛չ էլ մյուսը: Դուք կնստեք այնպես, որ ձեր երկու կողմերում ընկած հատվածների հարաբերությունը մոտավորապես լինի 1,62: Պարզ մի բան է սա, կատարված բացարձակապես զգայորեն: Նման ձևով նստելով նստարանին՝

դուք կատարեցիք նրա «ոսկե հատում»: Անկենդան աշխարհը չի ճանաչում ոսկե հատումը: Բայց դուք անպայման կտեսնեք այն ծաղիկների ձևերի մեջ և մարդկային գեղեցիկ մարմնի կառուցվածքում: Կենդանի ամեն ինչ և յուրաքանչյուր գեղեցիկը ենթարկվում են աստվածային այդ օրենքին, որի անունն է ոսկե հատում: Ի՞նչ կատարյալ և աստվածային զուգորդում է դա: Գիտական ֆենոմեն՝ է, թե՞ գեղագիտական սկզբունք: Պատասխանը չկա: Ոսկե հատումը թե՛ մեկն է, թե՛ մյուսը: Միայն, ոչ թե առանձին-առանձին, այլ միաժամանակ... Եվ դրանում թաքնված է նրա իսկական առեղծվածը, նրա մեծ գաղտնիքը»:



Ճարտարապետ Հեսիարայի

հարթաքանդակը, մ.թ.ա. XXVIII դար

Քեոպսի բուրգի և եգիպտական մշակույթի այլ գործերի ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ դեռևս հին եգիպտացիներն են իմացել ոսկե հատման գաղտնիքը: Բացի այդ, կան

նան դրա իրեղեն ապացույցներ: Եգիպտական առաջին բուրգը փարավոն Ջոսերայի բուրգն է: Այդ բուրգից ոչ հեռու թաղված է նրա շինարար, ճարտարապետ և մաթեմատիկոս Հեսիրան: Պահպանվել են նրա գերեզմանը և այն զարդարող փայտյա հարթաքանդակները, որոնց տարիքը հասնում է 5000-ի: Դրանք այսօր պահպանվում են Կահիրեի Եգիպտական թանգարանում: Դրանց մեջ առանձնանում է Հեսիրայի հարթաքանդակը, որը, բացի գեղագիտական արժանիքներից, ունի նաև պատմական արժեք. նրանում պատկերված Հեսիրայի ձեռքում բռնած գործիքները պատկերում են չափի միավորներ, որոնք կազմում են ոսկե համեմատություն: Ֆրանսիացի հանրահայտ ճարտարապետ Լե Կորբյուզեն ցույց է տվել, որ ոսկե բաժանումը առկա է նաև փարավոններ Սեթի և Ռամզեսի հարթաքանդակներում և հին եգիպտական մշկութի այլ հուշարձաններում:

Հնադարում ոսկե հատման կիրառության ևս մեկ վկայություն պահպանվում է Նեապոլի Ազգային թանգարանում: Այն համեմատությունների կարկին է, կարկին, որի մեջտեղում արված ամրակը հնարավորություն է տալիս ճարտարապետին ստանալ իրեն անհրաժեշտ համեմատությունները՝ օգտվելով առաջացած եռանկյունների նմանություններից: Ահա այդ կարկինում ամրակը ամրացված է այնպես, որ առաջացրել է ոսկե հատում:

Ոսկե հատումը հայտնի է եղել նաև Միջագետքի քաղաքակրթությանը: Կա տեսակետ, համաձայն որի Պյութագորասը, լինելով Եգիպտոսում և Միջագետքում, ծանոթացել և այնտեղից Հունաստան է բերել մաթեմատիկայի և ճարտարապետության շատ գաղտնիքներ, որոնց թվում նաև ոսկե բաժանման գաղտնիքը /ինչպես նաև իր անունով կոչվող թեորեմը/, և արդեն Պարթենոնի

կառույցում ոսկե բաժանումը գրավում է առանձնահատուկ տեղ, և, ընդհանրապես, ոսկե հատումը մեծ զարգացում ապրեց և լայն կիրառություն ստացավ ողջ անտիկ Հունաստանում, ավելին՝ այն «դարձավ հնադարի հունական մշակույթի յուրահատուկ կանոն և ներթափանցեց գիտության և արվեստի բոլոր ոլորտների մեջ» / [136]/:

Ոսկե հատման մասին առաջին տեղեկությունն էլ տալիս է Էվկլիդեսը իր «Սկզբունքների» երկրորդ գրքում, որտեղ նա կառույցում է ոսկե բաժանումը: «Սկզբունքների» վերջին՝ տասներեքերորդ գրքում Էվկլիդեսը կատարում է պլատոնյան հինգ մարմինների ուսումնասիրությունները, մարմիններ, որոնք հենված են ոսկե հատման գաղափարի վրա: Մ.թ. երրորդ դարում ոսկե հատումով զբաղվել է ալեքսանդրյան հույն մաթեմատիկոս Պապը: Եղել են նաև այլ զբաղվողներ:

Միջնադարյան Եվրոպայում ոսկե հատման հետ ծանոթացել են Էվկլիդեսի աշխատանքների և հունական գրականության այլ աղբյուրների՝ արաբերենից կատարված թարգմանությունների միջոցով / [71]/:

Վերածննդի շրջանը բերեց նաև մեծ հետաքրքրություն ոսկե հատման նկատմամբ, ավելին՝ այն «դարձավ գեղագիտության գլխավոր սկզբունք» / [136]/: Այստեղ առանձնահատուկ էր Լեոնարդո դա Վինչիի դերը: Ահա թե ինչ է գրում նրա մասին իտալացի նշանավոր ճարտարապետ, նկարիչ, արվեստի պատմաբան Ջորջո Վազարին իր «Կյանքի տարեգրություն» հանրահայտ գրքում. «...սքանչելի և աստվածային էր Լեոնարդոն՝ վինչեցի Պերոյի որդին, նա կհասներ գիտության և գրչության մեջ մեծագույն արդյունքների, եթե չլիներ այդքան բազմաօժտված և

անկայուն»։ Դա Վինչին մեծ ուշադրություն դարձրեց ոսկե բաժանմանը ոչ միայն մաթեմատիկայում, այլև արվեստում, բույսերի և մարդու կազմվածքներում դրա կիրառություններին։

Ոսկե հատման ուսումնասիրություններով աչքի ընկավ նաև այդ շրջանի իտալացի խոշորագույն մաթեմատիկոս, վանական Լուկա Պաչոլին 1496-ին։ Պաչոլին հերցոգ Մորոյի հրավերով մեկնում է Միլան և տեղի համալսարանում կարդում է դասախոսություններ մաթեմատիկայից։ Այդ ժամանակաշրջանում Միլանում էր աշխատում նաև Լեոնարդո դա Վինչին։ Ենթադրվում է, որ Պաչոլին իր «Աստվածային համեմատություն» հրաշալի գրքում ոսկե հատմանը մեծ տեղ է հատկացրել Լեոնարդո դա Վինչիի խորհրդով, և որ վերջինս էլ կատարել է այդ գրքի հոյակապ նկարագրողումները /այդ մասին վկայում է ինքը՝ Պաչոլին/։ Գրքում Պաչոլին ոսկե հատումը աստվածային է համարում՝ այն համեմատելով որդի, հայր և սուրբ հոգի եռամիասնության հետ. փոքր հատվածը մարմնավորում է որդի Աստծուն, միջինը՝ հայր Աստծուն, իսկ ամբողջը՝ սուրբ հոգի Աստծուն։ Իսկ ինքը՝ Լեոնարդո դա Վինչին ոսկե հատումը լայնորոն օգտագործել է իր գեղանկարչական ստեղծագործություններում։

Վերածննդի մեծ նկարիչ Ալբրեխտ Դյուրերը Իտալիայում գտնվելու ժամանակաշրջանում հանդիպում է Պաչոլիի հետ և մեծ հետաքրքրություն ցուցաբերում ոսկե հատման նկատմամբ։ Համեմատությունների պատկերման համար նա ստեղծում է հատուկ կարկին, որ կոչվում է իր անունով։ Վերածննդի շրջանի մեծ աստղագետ Իոհան Կեպլերը ոսկե հատումը համարում է երկրաչափության գանձերից մեկը։ Նա հատուկ ուշադրություն դարձրեց բույսերի կյանքում ոսկե հատման խաղացած դերին։

Վերածննդից հետո ոսկե հատումը մատնվեց մոռացության և միայն 19-րդ դարում «հայտնաբերվեց» նորից: 1855-ին գերմանացի մաթեմատիկոս Ա. Յեյզինգը հրատարակեց հատուկ ուսումնասիրություն՝ նվիրված ոսկե հատմանը /[167]/: Նա բացարձականացրեց այն՝ անվանելով համընդհանուր սկզբունք բնության և արվեստի բոլոր երևույթների համար:

19-րդ դարի վերջերին այս ուղղությամբ հետաքրքիր էին գերմանացի հոգեբան Գ. Ֆեխների (1801-1887) հետազոտությունները: Իր հանրահայտ «Ֆեխների փորձերում» նա ցույց տվեց, որ մարդը իր հոգեֆիզիկական գործունեության ընթացքում նախապատվություն է տալիս ոսկե համեմատությանը:

20-րդ դարում ավելի մեծ ուշադրություն հատկացվեց ոսկե հատմանը: Լայնորեն ուսումնասիրվեց ոսկե հատման առկայությունը երաժշտական ստեղծագործություններում, ճարտարապետության, կերպարվեստի և անգամ տնտեսագիտության մեջ, ավելի մեծ խորությամբ բացահայտվեցին նրա մաթեմատիկական խորքերը: Ռուս երաժշտագետ, կոմպոզիտոր Լ. Լ. Սաբաննը (1881-1968), օրինակ, ցույց է տալիս, որ երաժշտական ստեղծագործությունների հանգուցալուծվող իրադարձություններով իրար միացվող ժամանակային հատվածները մասամբ կազմում են ոսկե հատում: Հսկայական թվով երաժշտական ստեղծագործությունների ուսումնասիրությամբ նա ցույց տվեց, որ ոսկե հատման առկայությունը փաստում է, ցույց է տալիս ստեղծագործողի տաղանդը կամ հանճարը: Բեթհովենի ստեղծագործությունների 97 տոկոսում, օրինակ, առկա է ոսկե հատումը /[177]/:

Գ. Դ. Գրիմը գտնում է, որ «համեմատությունների տեսությունը, որ հիմնված է երկրաչափական պրոգրեսիայի անդամների

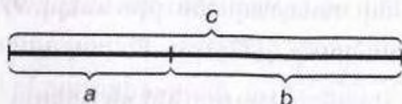
ոսկե բաժանման միջոցով ամբողջը համեմատական մասերի բաժանելու սկզբունքի վրա, պետք է ընդունել որպես բոլոր ճարտարապետական համեմատությունների հիմք» /67/:

Մ. Գիկան զանազան կանոնավորություններով աչքի ընկնող երկարչափական ձևերի համեմատությունների վրա հենված «գեղագիտական երկրաչափության» հետ զուգահեռ բյուրեղագիտության նյութի միջոցով դիտարկում է նաև գեղագիտականի ներքին՝ հանրահաշվական կողմը, որ ավելի շատ հենվում է համաչափության գաղափարի վրա /64/:

3. Ոսկե հատման մաթեմատիկան



Նկարագրենք ոսկե հատումը մաթեմատիկայի լեզվով: Ոսկե հատումով տրոհված հատվածի երկարությունը նշանակենք c -ով, իսկ մասերի երկարությունները՝ a և b , ինչպես կատարված է գծագրում:



Այդ դեպքում կունենանք՝

$$a : b = b : c \text{ կամ } c : b = b : a$$

Եթե նշանակենք $a = 1$, $b = \varphi$, ապա կունենանք նաև $c = 1 + \varphi$ և $\varphi : 1 = (1 + \varphi) : \varphi$ կամ

$$\varphi^2 = \varphi + 1,$$

որտեղից կստանանք՝

$$\varphi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \approx 1,6180339887 \dots$$

Ահա ոսկե հատումն արտահայտող φ թվի մաթեմատիկական արժեքը: Այն կոչվում է նաև ոսկե հատման գործակից: Դժվար չէ ցույց տալ, որ ոսկե հատման գործակիցը ռացիոնալ թիվ չէ, այսինքն՝ չի կարող հավասար լինել երկու ամբողջ թվերի քանորդի: Իսկապես, եթե ենթադրենք, որ $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ թիվը երկու ամբողջ թվերի քանորդ է, ապա այդպիսին կլինի նաև $\sqrt{5}$ -ը, այսինքն՝ $\sqrt{5} = m/n$, որտեղ m և n թվերը ամբողջ են և n -ը զրոյից տարբեր է: Կարող ենք ենթադրել, որ m/n կոտորակը անկրճատելի է, քանի որ կրճատելի լինելու դեպքում կարող էինք նախապես նման կրճատում կատարել և այնուհետև կատարել m և n թվերի ընտրությունը:

Բարձրացնելով վերջին հավասարության երկու մասերը քառակուսի կստանանք $5 = m^2/n^2$: Կամ՝ $5n^2 = m^2$: Այստեղից հետևում է, որ m^2 -ն բաժանվում է 5-ի: Հետևապես՝ 5-ի կրճատանվի նաև m -ը, այսինքն՝ $m = 5k$, որտեղ k -ն ամբողջ թիվ է: Տեղադրելով m -ի այս արժեքը նախորդ հավասարության մեջ՝ կստանանք $5n^2 = 25k^2$ կամ $n^2 = 5k^2$: Վերջին հավասարությունը ցույց է տալիս, որ n^2 -ն բաժանվում է 5 -ի: Ուրեմն n -ը նույնպես կրճատանվի 5-ի: Այսպիսով ստացվեց, որ m/n կոտորակի և համա-

րիչը, և հայտարարը բաժանվում են 5-ի, այսինքն՝ անկրճատելի կոտորակը կրճատվում է: Հակասությունը բխեց մեր ենթադրությունից: Հետևապես այն սխալ էր. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ թիվը ռացիոնալ, այսինքն՝ ամբողջ թվերի քանորդ լինել չի կարող: Ուրեմն այդ թիվը իռացիոնալ է:

Առօրեական հաշվումների մեջ սովորաբար օգտվում են իռացիոնալ թվի մոտավոր արժեքներից: Ոսկե հատման գործակցի համար 0,0001-ի ճշտությամբ կունենանք $\varphi \approx 1,618$: φ -ի հակադարձ թիվը դարձյալ 0,0001-ի ճշտությամբ, կլինի 0.618: Իրոք,

$$1,618 \cdot 0,618 \approx 1:$$

φ -ն կարելի է ներկայացնել քառակուսի արմատների անվերջ շղթայի տեսքով.

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

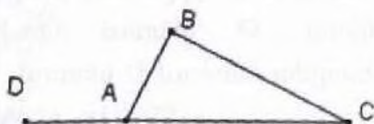
Իսկապես, եթե հավասարման աջ մասը նշանակենք x -ով, ապա $x = \sqrt{1 + x}$: Այստեղից կստանանք $x^2 - x - 1 = 0$, որտեղից՝ $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$: Հետևապես՝ $x = \varphi$:

φ -ն կարելի է ներկայացնել նաև անվերջ շղթայական կոտորակի տեսքով.

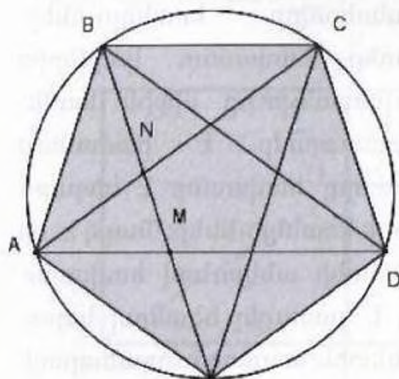
$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

Իրոք, եթե հավասարման աջ մասը նշանակենք x -ով, ապա կունենանք $x = 1 + \frac{1}{x}$: Այստեղից կստանանք $x^2 - x - 1 = 0$ կամ $x = \varphi$:

Երկրաչափորեն φ -ն կարելի է կառուցել հետևյալ կերպ: Վերցնենք 1 և 2 էջերով ABC ուղղանկյուն եռանկյունը՝ $AB = 1$, $BC = 2$: Այդ դեպքում $AC = \sqrt{5}$: Ընտրենք AC ուղղի վրա D կետն այնպես, որ այն ընկած լինի AC հատվածից դուրս և, A-ն գտնվի D և C կետերի միջև և $AD = 1$: Այդ դեպքում DC հատվածը հավասար կլինի ոսկե հատման գործակցի կրկնապատիկին /տես գծագիրը/:



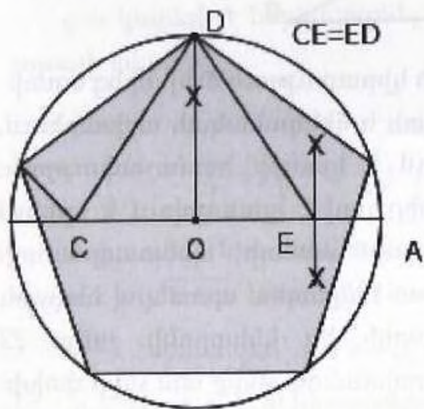
Մենք տեսանք, թե ինչքան մեծ կիրառություն ունի հինգ աստիճանի համաչափությունը բուսական և կենդանական աշխարհում, ինչի պատճառով էլ այն կոչվում է կյանքի համաչափություն: Կյանքի համաչափությունը բոլորից լավ է դրսևորվում և երևում



հնգաթև աստղի՝ պենտագրամայի վրա: Իսկապես, պտտելով հնգաթև աստղը իր կենտրոնի շուրջ 72 աստիճանով՝ մենք այն չենք փոխի: Այդ պատճառով հնգաթև աստղը շատ մեծ ուշադրության է արժանացել: Բայց հնգաթև աստղի արժանիքը միայն նշված համաչափությունը չէ: Այն կապված է նաև ոսկե հատման հետ:

Դիցուք շրջանագծին ներգծված է ABCDE կանոնավոր հնգանկյունը: Դժվար չէ նկատել, որ ABK եռանկյունը նման է BNK եռանկյանը: Հետևապես՝ $AB/BN = BK/NK$: Բայց $AB = AK = BM$, $BK = BN$, $NK = NM$: Ուրեմն՝ $BM/BN = BN/NM$: Այսինքն՝ BM հատվածը N կետով բաժանված է երկու այնպիսի մասերի, որ ամբողջը հարաբերվում է մասերից մեծին այնպես, ինչպես այդ մեծը՝ փոքրին: Այսպիսով, մենք ստացանք ոսկե բաժանում:

Հնգաթև աստղի կառուցման հետևյալ եղանակը տվել է գերմանացի գեղանկարիչ Ալբրեխտ Դյուրերը (1471-1528). Դիցուք O -ն շրջանագծի կենտրոնն է, A -ն՝ շրջանագծի որևէ կետ, E -ն՝ OA հատվածի միջնակետը: O կետում OA -ին կանգնեցրած ուղղահայացը շրջանագիծը հատում D կետում: Դիցուք նաև $CE =$

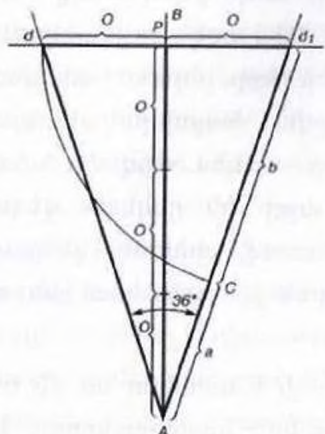


ED: Այդ դեպքում շրջանագծին ներգծած հնգանկյան կողմի երկարությունը հավասար կլինի DC-ի:

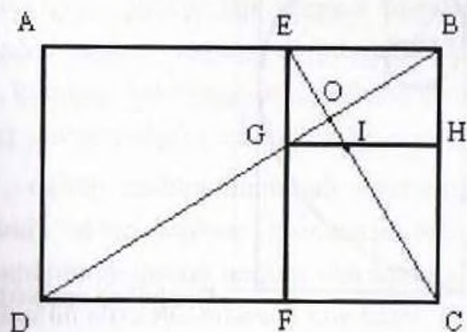
Հնգաթև աստղի գագաթներին կից առաջանում են հինգ կանոնավոր եռանկյուններ, որոնց հավասար կողմերից յուրաքանչյուրը միջին համեմատությամբ է բաժանում

հիմքը, և հիմքի ու այդ կողմի գումարը հավասար է հնգաթև աստղի կողմին: Դրանք կոչվում են ոսկե եռանկյուններ: Պարզ է, որ ոսկե եռանկյունը զագաթի 36 աստիճանի անկյունով հավասարաբարուն եռանկյունն է: Այն կարելի է կառուցել հետևյալ կերպ: Կամալյական AB հատվածի O միջնակետին տարած ուղղահայացի

վրա՝ O կետից սկսած՝ տեղադրենք AB հատվածի կեսի եռա-
պատիկը: Ստացված C կետը միացնելով AB հատվածի ծայրա-
կետին՝ կստանանք ABC ոսկե եռանկյունը:



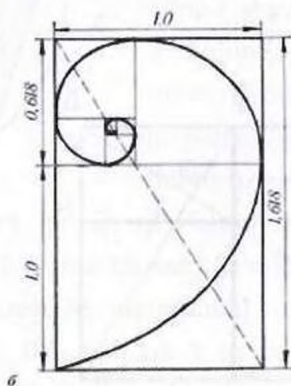
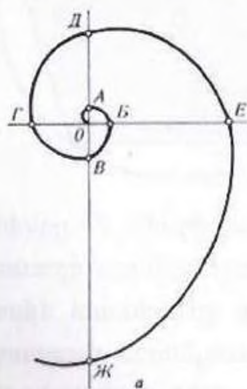
Ոսկե հատման հետ են կապված նաև ոսկե ուղղանկյունները,
այն ուղղանկյունները, որոնց կողմերը հարաբերվում են, ինչպես
ոսկե հատման գործակիցը, այսինքն՝ $ABCD$ ուղղանկյունը կլինի
ոսկե, եթե $AB : BC = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$:



C Ոսկե ուղղանկյուն

Եթե ոսկե ուղղանկյունուց անջատենք փոքր կողմի վրա կա-
 ուցված քառակուսին, ապա ստացված նոր քառանկյունը նորից
 կստացվի ոսկե քառանկյուն, այսինքն՝ եթե ABCD-ն ոսկե քառանկ-
 յուն է, ապա այդպիսին է նաև EBCF-ը: Նույն գործընթացը շարու-
 նակելով EBCF-ի հետ՝ կստանանք EBHG ոսկե ուղղանկյունը և
 այսպես շարունակ: Ոսկե քառանկյունը ինքը, ինչպես նաև նրանից
 ստացվող ոսկե ուղղանկյունների նշված հաջորդականությունը,
 դրանցում հաջորդական անդամների՝ որպես տրվածի մասերի
 ներդաշնակ համեմատությունները աչքի են ընկնում գեղագի-
 տական գրավչությամբ: Այդ պատճառով, օրինակ, կենցաղում
 կիրառվող ուղղանկյունաձև առարկաները մոտենում են ոսկե
 ուղղանկյանը:

Ոսկե ուղղանկյան միջոցով կարելի է ստանալ ևս մի ուշա-
 գրավ երկարաչափական պատկեր, որ նրա հայտնաբերողի՝ հնա-
 դարի խոշորագույն մաթեմատիկոս Արքիմեդի պատվին կոչվում է
 Արքիմեդի պարույր: Այն լայնորեն մասնակցում է կենդանի բնու-
 թյան մեջ և ժամանակակից տեխնիկայում:



Արքիմեդի պարույրը

4. Ֆիբոնաչիի թվերը

Միջնադարյան Եվրոպայի առաջին և իր դարաշրջանի խոշորագույն մաթեմատիկոսը Լեոնարդո Պիզայեցին (մոտ.1170-մոտ.1250) էր, ով հայտնի է նաև



Ֆիբոնաչի անունով: Պիզայի առևտրականներից էր Լեոնարդոն, որ Իտալացի այլ առևտրականների նման երկար ճանապարհորդել էր Արևելքում, եղել Եգիպտոսում և Միջագետքում և, ի տարբերություն իր մնացած գործընկերների, այնտեղից առևտրականի իր ապրանքների հետ միասին բերել էր նաև վաճառականի համար ոչ բնորոշ, բայց կարևոր այլ արժեքներ՝ մաթեմատիկական գիտելիքներ: Այդ գիտելիքները նա ամփոփեց 1202-ին գրած իր “Liber Abaci” (Գիրքը հաշվետախտակի մասին) լատիներեն գրքում: Այն նախատեսված էր հենց առևտրականների համար և պարունակում էր թվաբանության ու հանրահաշվի մասին այդ ժամանակ եղած շատ գիտելիքներ: Այդ գրքում Ֆիբոնաչին դիտարկում է ճագարների մասին ուշագրավ մի խնդիր, որի լուծումը մաթեմատիկական մի կարևոր հասկացության առաջացման պատճառ դարձավ: Ահա այդ «ճագարների մասին խնդիրը».

«Մեկը ցանկապատված տարածք է զցում մի զույգ ճագար: Քանի՞ զույգ ճագար կստացվի այնտեղ մեկ տարի անց, եթե ճագարների զույգը ամիսը մեկ մի նոր զույգ է ծնում, և ճագարները ծնում են առաջին անգամ, երբ երկու ամսական են դառնում»:

Լուծենք Լեոնարդոյի այս խնդիրը: Առաջին երկու ամիսներին մենք ճագարների աճ չենք ունենա՝ կմնա մեր 1 զույգ ճագարը: Երրորդ ամսում արդեն կունենանք երկու զույգ ճագար, չորրորդում՝ հինգ, և յուրաքանչյուր հաջորդ ամսում ճագարների քանակությունը հավասար կլինի նախորդ երկու ամիսներում ունեցած ճագարների զույգերի քանակությունների գումարին: Այսպիսով մենք կստանանք Ֆիբոնաչիի անունով կոչվող թվերի հետևյալ հաջորդականությունը, որը նույնպես կոչվում է Ֆիբոնաչիի անունով.

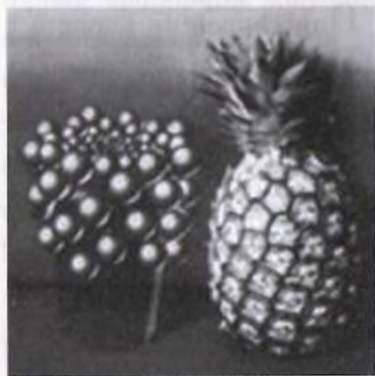
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, ...

Ֆիբոնաչիի թվերը սերտ կապ ունեն ոսկե հատման ու նրա գործակցի հետ: Իսկապես, եթե մենք դրանցից յուրաքանչյուրը, սկսած երկրորդից, հաջորդաբար բաժանենք իր նախորդի վրա, ապա կստանանք մի նոր հաջորդականություն, որի անդամները անսահմանափակորեն մոտենում են ոսկե բաժանման գործակցին կամ, ինչպես մաթեմատիկայում է ընդունված ասել, այդ հաջորդականության սահմանը հավասար է ոսկե բաժանման ϕ գործակցին: Այս օրինաչափությունը առաջին անգամ նկատել է Կեպլերը:

Ֆիբոնաչիի թվերի և ոսկե հատման այս կապը ամեննին պատահական չէ. ինչպես և ոսկե հատումը, Ֆիբոնաչիի թվերը շատ մեծ կիրառություն ունեն բնության ամենատարբեր երևույթներում, արվեստում և գիտության տարբեր բնագավառներում: Միայն զարմանալ կարելի է այդ կիրառությունների բազմազանությամբ, ինչը ցույց է տալիս նաև բնության երևույթները մաթեմատիկայի լեզվով արտահայտելու հնարավորությունների անսահմանափակությունը և գեղեցկությունը: Ելնելով դրանից՝

մակերևույթի վրա: Խեցին, օրինակ, ոլորվում է պարուրաձև: Եթե այն բացենք, ապա նրա երկարությունը բավականին մեծ կլինի: Նրա գալարների երկարությունների հարաբերությունները հավասար են Ֆիբոնաչիի հաջորդական թվերի հարաբերություններին: Արքիմեդը, նկատելով այս, կատարել է նման պարույրների մաթեմատիկական ուսումնասիրություն:

Բնության պարուրաձև զարգացման միտումը ընդգծել է նաև Գյոթեն՝ պարույրն անվանելով «կյանքի կոր»: Պարույրը նկատելի է արևածաղկի սերմերի դասավորության մեջ, եղևնու, անանասի, կակտուսի պալարներում: Արևածաղկի և երիցուկի ծաղիկները և սեմերը, անանասի, կակտուսի պալարների թեփուկները դասավորված են ոսկե պարույրների տեսքով, որոնք ոլորվում են իրար



հանդեպ, ընդ որում աջ և ձախ պարույրներում եղած ծաղիկների, սերմերի, թեփուկների քանակությունների հարաբերությունը հավասար է Ֆիբոնաչիի շարքում գտնվող երկու հաջորդական թվերի հարաբերությանը:

Կակտուս

Պարուրաձև է ծառերի ճյուղերի վրա տերևների բաշխվածությունը, ծառի բնի աճը և այլն: Անգամ եղևիկների վախեցած հոտը փախչում է պարուրաձև հետագծով:



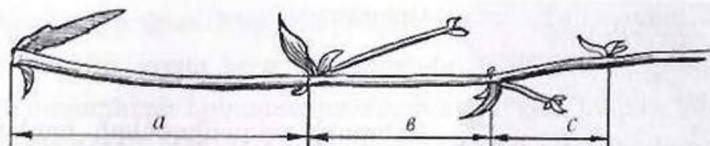
Արևածաղիկ

Կենդանի օրգանիզմների պահպանումը, սերունդների միջև կենսագործունեության զենետիկական ծրագրի փոխանցումը և զարգացումը ապահովող մոլեկուլները նույնպես պատվում են կրկնակի պարույրներով: /Պատահական չէ պարույրին տված Գյոթեի անվանումը:/

Պարույրաձև հետագիծը դրսևորվում է նաև անկենդան աշխարհում: Օրինակ՝ փոթորիկը կամ ջրապտույտը տարածվում են պարույրաձև:

Դիտարկենք ևս մի օրինակ՝ առանձնապես աչքի չընկնող մի բույս՝ ճարճատուկը, որ հրաշալի տեսք ու անվանում ունի: Նրա հիմնական կոթից սկսվում է առաջին ճյուղը, որտեղ և առաջին տերևն է, և որից այն կողմ ճյուղը տարածվելով դեպի դուրս, տալիս է նոր՝ առաջինից ավելի կարճ տերև և նոր տարածում, որը փոքր է առաջինից, նորից տերև՝ նախորդից կարճ և այլն:

Եթե առաջին ճյուղը ընդունենք որպես 100 միավոր, ապա երկրորդը հավասար կլինի 62 միավորի, երրորդը՝ 38 միավորի, չորրորդը՝ 24 միավորի և այլն: Կազմելով համապատասխան հարաբերությունները՝ մենք տեսնում ենք, որ ճարճատուկի ճյուղը փոքրանում է այնպիսի համամասնություններով, որոնք կազմում են ոսկե հատում:



Խլուրդի պոչը և մարմինը կազմում են մեր հայացքի համար հաճելի հարաբերակցություն. պատճառը նրանց չափերի ոսկե համամասնությունն է՝ 62 և 38:

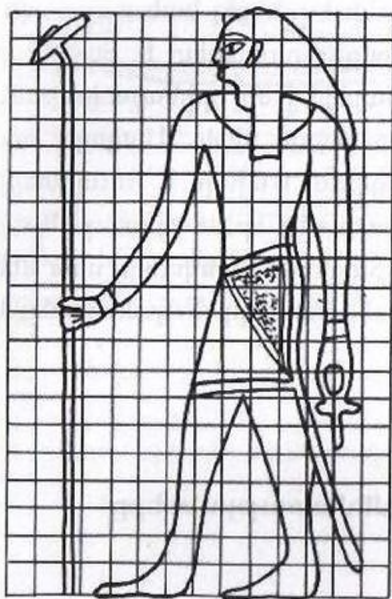
Ե՛վ բուսական և՛ կենդանական աշխարհում դրսևորվում է բնության ձևավորման հետևյալ միտումը՝ համաչափություն աճման և շարժման ուղղությունների նկատմամբ, ոսկե հատում՝ աճման ուղղությանը ուղղահայաց մասերի նկատմամբ: Այսպիսով, բնությունը իրականացնում է մասերի համաչափ բաժանում և ոսկե համեմատություններ:

Պիեռ Կյուրին անցյալ դարի սկզբներին նկատել է, որ «Ոսկե համաչափության օրինաչափությունները տեղի ունեն տարրական մասնիկների էներգետիկ անցումներում, որոշ քիմիական միացությունների կառուցվածքներում, կենդանի օրգանիզմների գենետիկ կառուցվածքներում»:

Ոսկե հատումը իր կիրառությունն է ունեցել նաև աստղագիտության մեջ: 18-րդ դարի գերմանացի աստղագետ Ի. Տացիուսը Ֆիբոնաչիի շարքի միջոցով հայտնաբերեց մի օրինաչափություն Արևի մոլորակների հեռավորությունների միջև: Սակայն այդ օրինաչափությունը չէր իրականացվում Մարսի և Յուպիտերի համար. նրանց հեռավորությունը շատ մեծ էր, և այնտեղ ինչ-որ մոլորակ պակասում էր: Եվ միայն Տացիուսի մահվանից մոտ մեկ դար հետո նրա նշված տեղում գիտնականները հայտնաբերեցին աստերոիդների գոտին:

6. Մարդու մարմնի համեմատությունները

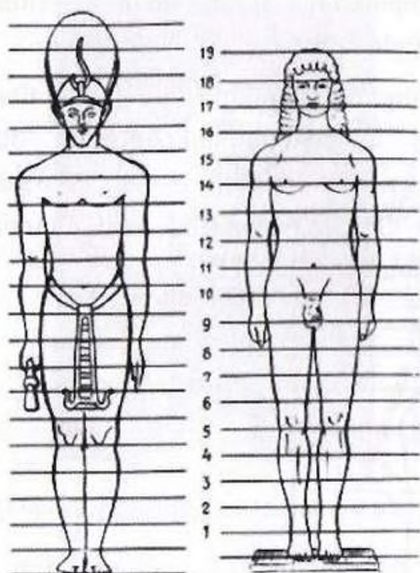
Հնագույն ժամանակներց սկսած մարդիկ ունեցել են չափման կարիք և որպես չափման միավորներ՝ ընտրել են մարդու մարմնի առանձին մասերը՝ զլուխը, ոտքը, դաստակը, ձեռքը, մատը և այլն: Այդ միավորների համեմատությունը ցույց է տվել, որ մարդու մարմնի մասերի մեջ գոյություն ունեն մաթեմատիկական օրինաչափություններ, որոնք արտահայտվում են համեմատությունների միջոցով: Դրանց մեջ առանձնահատուկ տեղ է զբաղեցնում ոսկե հատումը, ինչը առկա է մարդու ողջ մարմնի և նրա առանձին մասերի կառուցվածքներում, դրսևորվում է գլխուղեղի գործունեության, տեսողական ընկալման և այլ երևույթներում: Այստեղ առկա է ի նչպես իռացիոնալ կամ պյութագորյան ոսկե հատումը, այնպես էլ վերջավոր կամ Ֆիբո-նաչիի հաջորդականությունը, որոնց առկայությունը որոշում է մարմնի գեղեցկությունը:



Մարդու մարմնի պատկերման, նրանում համեմատությունների օգտագործման, նրա մասերի համեմատությունների խնդիրներով զբաղվել են դեռևս հին եգիպտացիները: Մ.թ.ա. 27-րդ դարում արդեն եգիպտական արվեստում, որպես կանոն, ձևավորվեց մարդու ոտնաթաթի և ողջ մարմնի 1:6 համեմատությունը: Հետագայում մշակվեցին նաև այլ կանոններ, որոնք նույնպես հենված էին մաթեմատիկայի կիրառությունների վրա: Դրանցից մեկը քառակուսիների ցանցն էր: Մասնավորապես, քառակուսի-ների 211/4x14 ցանցը (տես ստորև բերված նկարը), որպես եգիպտական արվեստի կանոն, կիրառվել է ինչպես ճարտարապետության, այնպես էլ գեղանկարչության մեջ:

Եգիպտական արվեստի առանձին հետազոտողներ բերում են ոսկե հատման գործակցի հետ կապված որոշակի հաջորդական թվեր, որոնք բազմապատկելով մարդու մարմնի երկարությամբ, կարելի է ստանալ նրա աչքերի, քթի, բերանի, վզի և այլ մասերի չափերն ու մակարդակները:

Ձախ նկարում բերված է եգիպտական մի այլ կանոն. մարմինը բաժանված է 21 մասերի, որոնցից յուրաքանչ-յուրի երկարությունը հավասար է միջնամատի երկարությանը:



գամ չի երևում:

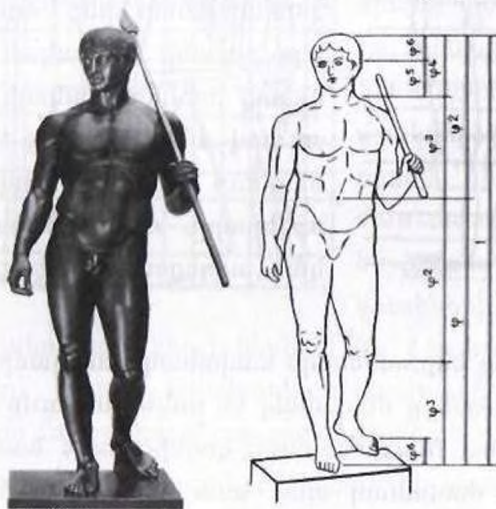
Ինչպես արդեն նշել ենք, ամենայն հավանականությամբ հենց եգիպտացիներից էլ հույները ժառանգել են ոսկե հատումը Պյութագորասի միջոցով: Եվ Պյութագորասի կողմից ոսկե հատման ներկայացումից որոշ ժամանակ անց, նրա դպրոցի ներկայացուցիչ, արվեստաբան և քանդակագործ Պոլիկլետ Արգոսցին մ.թ.ա. 5-րդ դարում իր «Կանոն» աշխատության մեջ ցույց տվեց ոսկե հատման մասնակցությունը մարդու մարմնի ամենատարբեր մասերի համեմատություններում, ինչը հաստատվում է նրա քանդակների ուսումնասիրությամբ:

Ի տարբերություն եգիպտացիների՝ Պոլիկլետի մոտ մարդու մարմնի մասերի համեմատությունները ոչ միայն բնական թվերի

Աջ նկարում պատկերված է Ապոլլոն Թենեացու՝ մ.թ.ա. 6-րդ դարի հունական քանդակը իր համեմատություններով: Համեմատությունները կարծես համընկնում են, ինչը ցույց է տալիս, որ եգիպտական արվեստը հիմք է ծառայել այդ շրջանի հունական արվեստի համար: Սակայն շատ շուտով՝ մեկ դար անց, վրա է հասնում հունական արվեստի ոսկեդարը, որտեղ եգիպտական ազդեցության հետք ան-

հարաբերություններ են, այլև իրացիոնալ թվեր՝ ոսկե հատման գործակիցը, նրա տարբեր աստիճանները:

«Պոլիկլետի կողմից մարդու մարմնի մասերում ոսկե հատման առկայության հայտնագործումը և քանդակագործության մեջ դրանց կիրառումը իր նշանակությամբ կարելի է դնել Պյութագորասի կողմից երաժշտության մեջ ամբողջաթիվ համեմատությունների օրենքի հայտնագործման կողքին» /[71]/:



Պոլիկլետ, Դորիֆոր

կամ Կանոն, մ.թ.ա. 5-րդ դար, Նեսապոլ, ազգային պատկերասրահ: Արձանի համեմատությունները մարմնավորում են ոսկե հատման օրենքը: Աջից՝ Կանոնի մաթեմատիկական վերլուծությունը, օգտագործված է ոսկե հատումը

Լեռնաքի հանրահայտ Բելվեդերյան Ապոլոնը լավագույն ձևով է արտահայտում գեղեցիկի մասին հին հույների պատկերացումները և ոսկե հատման մասնակցությունը դրանցում:

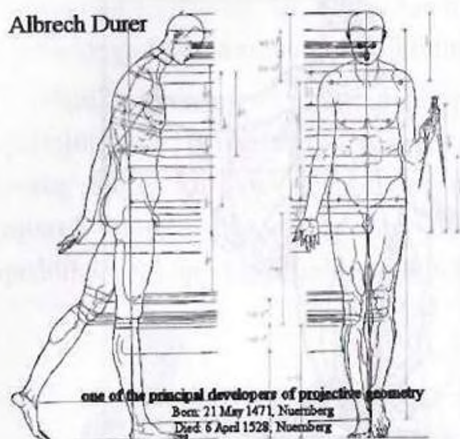


Լեոխար, Բեկվեդերյան Ապոլոն, մ.թ.ա. 4-րդ դար

Դրանցից առաջինը պորտի միջոցով մարմնի բաժանումն է ոսկե համեմատությամբ: Յեյզինգի հաշվարկները ցույց են տվել, որ եթե արձանի բարձրությունը հաջորդաբար բաժանենք ոսկե հատման գործակցի վրա, ապա բաժանման կետերը կհամընկնեն Ադամի խնձորակի /վահանաձև գեղձի կոճիկի/, գոտկատեղի և ծնկոսկրի հետ: Նույն օրինաչափությունը պահպանվում է նաև արձանի դեմքի և այլ մասերի վրա:

Մարմնի մասերի կատարյալ համաչափությունների և համեմատությունների ստեղծման հարցերով զբաղվել են Լեոնարդո դա Վինչին և Ալբրեխտ Դյուրերը: Մենք արդեն նկատեցին, օրինակ, հինգ աստիճանի համաչափության դերը բուսական և կենդանական աշխարհում: Մարդու մարմինը ևս կարելի է դիտել որպես այդ համաչափությամբ օժտված մարմին՝ դիտարկելով նրա գլուխը, երկու ձեռքերը և երկու ոտքերը՝ որպես ճառագայթեր, որոնք

Albrecht Durer



one of the principal developers of projective geometry
Born: 21 May 1471, Nuremberg
Died: 6 April 1528, Nuremberg

առաջացնում են հնգաձառազայթ մարմին: Լեռնարդո դա Վինչին այդ համեմատությունները հայտնաբերելու համար մանրակրկիտ ուսումնասիրեց մարդու մարմնի անատոմիան: Ահա նրա՝ անատոմիային վերաբերող գրառումներից մեկը և նրան ուղեկցող նկարը. «Եթե դու

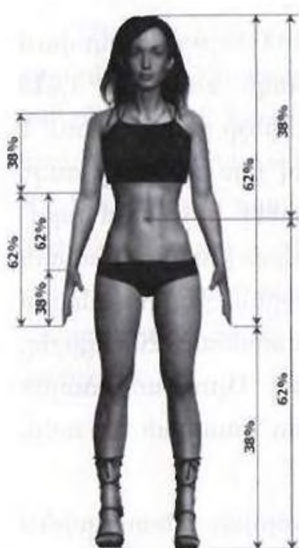
ոտքերդ այնքան բացես, որ մարմինդ կարճանա $1/14$ –րդ մասով, և ձեռքերդ էլ բացես այնպես, որ միջնամատով քսվես գլխի գագաթին, ապա պետք է իմանաս, որ ձգված մասերի ծայրակետերով տարված շրջանագծի կենտրոնը կլինի քո պորտը, իսկ ոտքերի միջև կազմված տարածությունը կկազմի հավասարակողմ եռանկյուն: Իսկ մարդու տարածված ձեռքերի միջև ընկած տարածությունը հավասար է նրա հասակին»:

Ալբրեխտ Դյուրերը ավելի առաջ գնաց: Նա մարդու մարմինը տրոհեց 1800 մասերի և մշակեց մարդու մարմնի համեմատությունների 26 տեսակ: Նա գտնում է, որ մարդու մարմինը գոտկատեղով կամ պորտով կամ էլ ցած իջեցրած ձեռքի միջնամատով բաժանվում է ոսկե համեմատությամբ, դեմքի ներքին մասը նույն համեմատությամբ բաժանվում է բերանով և այլն:

Մարդու մարմնի մասերի հետազոտությունների բժախնդրությունը, որ կատարել է Դյուրերը, այդ մասերի չափազանց փոքր չափերը, նրա եզրակացությունները մարդու մասերի անընդհա-

տության և, մա-նավանդ, գլխի պատկերման համար անհրաժեշտ համեմատությունների անսահմանափակության վերաբերյալ, թույլ են տալիս եզրակացնել, որ նա ընդհուպ մոտեցել է անվերջ փոքրի և անընդհատության գաղափարներին, որոնք, սակայն պետք է ծնվեին հաջորդ դարում՝ Նյուտոնի և Լայբնիցի աշխատանքներում: Դյուրերի հետազոտությունները ցույց են տալիս, որ մաթեմատիկայի կարևորագույն բնագավառներից մեկի՝ մաթեմատիկական անալիզի ձևավորման համար հոդ է նախապատրաստել նաև կերպարվեստը:

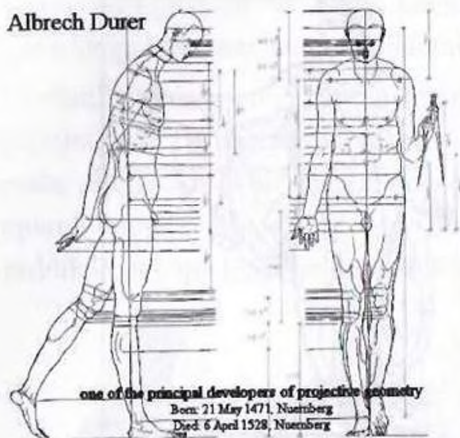
Յեյզինգը իր «Գեղագիտական հետազոտություններում» ուսումնասիրել էր երկու հազարից ավելի մարդկանց մարմիններ և եկել այն եզրակացության, որ ոսկե հատումը արտահայտում է միջին վիճակագրական օրինաչափություն, օրենք: Ահա նրա



աշխատանքի մի քանի արդյունքներ: Պորտը ոսկե հատման կարևոր ցուցանիշ է: Տղամարդկանց մարմինը այն բաժանում է $13 : 8 = 1,625$ հարաբերությամբ, ինչը ավելի մոտ է ոսկե հատման գործակցին, քան կանանց մարմինը համապատասխան հարաբերությունը՝ $8 : 5 = 1,6$: Նորածին տղայի համար այդ հարաբերությունը $1:1$ է, 3 տարեկանում այն $1,6$ է, իսկ 21 տարեկանում արդեն դառնում է $1,625$: Ոսկե հատումը դրսևորվում է նաև ուսերի, ձեռքերի, դաստակի, մատների և մարմնի մյուս մասերի հարաբերություններում:

Ոսկե հատումը լայնորեն է մասնակցում

Albrecht Durer



one of the principal developers of projective geometry
Born: 21 May 1471, Nuremberg
Died: 6 April 1528, Nuremberg

առաջացնում են հնգաճառագայթ մարմին: Լեռնարդո դա Վինչին այդ համեմատությունները հայտնաբերելու համար մանրակրկիտ ուսումնասիրեց մարդու մարմնի անատոմիան: Ահա նրա՝ անատոմիային վերաբերող գրառումներից մեկը և նրան ուղեկցող նկարը. «Եթե դու

նոտքերդ այնքան բացես, որ մարմինդ կարճանա $1/14$ –րդ մասով, և ձեռքերդ էլ բացես այնպես, որ միջնամատով քսվես գլխի գագաթին, ապա պետք է իմանաս, որ ձգված մասերի ծայրակետերով տարված շրջանագծի կենտրոնը կլինի քո պորտը, իսկ նոտքերի միջև կազմված տարածությունը կկազմի հավասարակողմ եռանկյուն: Իսկ մարդու տարածված ձեռքերի միջև ընկած տարածությունը հավասար է նրա հասակին»:

Ալբրեխտ Դյուրերը ավելի առաջ գնաց: Նա մարդու մարինը տրոհեց 1800 մասերի և մշակեց մարդու մարմնի համեմատությունների 26 տեսակ: Նա գտնում է, որ մարդու մարմինը գոտկատեղով կամ պորտով կամ էլ ցած իջեցրած ձեռքի միջնամատով բաժանվում է ոսկե համեմատությամբ, դեմքի ներքին մասը նույն համեմատությամբ բաժանվում է բերանով և այլն:

Մարդու մարմնի մասերի հետազոտությունների բժախնդրությունը, որ կատարել է Դյուրերը, այդ մասերի չափազանց փոքր չափերը, նրա եզրակացությունները մարդու մասերի անընդհա-

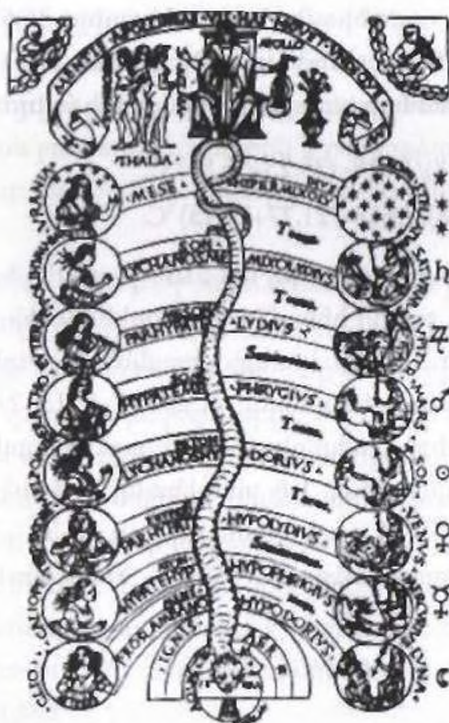
§3. ՌԻԹՄ ԵՎ ՆԵՐԴԱՇՆԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Մաթեմատիկան ներդաշնակության պոեզիան է:

Գոթֆրիդ Լայբնից

Սովորիր տեսնել, երբ ամենուրեք մութ է, և լսել,
երբ ամենուրեք լուռ է: Մթության մեջ կտեսնես
լույսը, լռության մեջ կլսես ներդաշնակություն:

Չժուան-ցզի



Աշխարհի

ներդաշնակությունը: Իտալացի արվեստագետ Ֆ. Գաֆուրիոյի
«Երաժշտության պրակտիկա» գրքի զարդանկար: Միլան, 1498

1. Հարմոնիա կամ ներդաշնակություն

Ներդաշնակությունը կամ հարմոնիան գեղեցկության կարևորագույն բաղադրիչներից մեկն է և հազարամյակների պատմություն ունի: Փիլիսոփայական միտքը բոլոր ժամանակներում անդրադարձել է այս հասկացությանը և տվել բազմազան մեկնաբանություններ:

Հունարեն «հարմոնիա» բառը հանդիպում է Հոմերոսի պոեմներում, որ գրվել են մ.թ.ա. 9-7-րդ դարերում: Իլիականում այն նշանակում է խաղաղություն, համաձայնություն, իսկ Ոդիսականում՝ ամրակ, սեպ, որոնցով Ոդիսևսը ամրացնում էր իր նավի առանձին մասերը: Հետագայում մշակույթի զարգացմանը զուգընթաց այն, պահպանելով միավորման և համաձայնեցման իր նախնական իմաստները, ձեռք բերեց ավելի լայն նշանակություն և դարձավ փիլիսոփայական-գեղագիտական կարևորագույն կատեգորիաներից մեկը:

Հին հունական գեղագիտության մեջ հարմոնիան հակադրվում է քաոսին և ընկալվում է որպես տիեզերքի կազմակերպվածություն: Այն նշանակում է մասերի ներքին միասնություն և դրանց միավորում ամբողջի մեջ: Գեղագիտության հիմնադիր Պյութագորասը և նրա հետևորդները առաջինն էին, որ առաջադրեցին աշխարհի ներդաշնակ կառուցվածքի մասին գաղափարը: Ընդ որում, դրանում նրանք ներառում էին ոչ միայն մարդուն և բնությունը, այլև ողջ տիեզերքը: Նրանք գտնում էին, որ հարմոնիան «հատուկ է աշխարհը կազմող իրերին ... և ներկայացնում է դրանց ներքին կապը, առանց որի տիեզերքը չէր կարող գոյություն ունենալ»: Հարմոնիայի հիմքում պյութագորականները դնում էին

թիվը, թվային համեատությունները և հարաբերությունները: Այդ համոզմունքը նրանց մոտ ամրապնդվեց թվի, թվային հարաբերությունների և երաժշտության միջև կապի բացահայտումով: «Պյութագորյան ուսմունքից հետևող գլխավոր եզրակացությունն այն է, որ ներդաշնակությունը օրյեկտիվ է, այն գոյություն ունի մեր գիտակցությունից անկախ և արտահայտվում է ողջ իրականության ներդաշնակ կառուցվածքով՝ սկսած տիեզերքից և վերջացրած միկրոաշխարհով» /136/:

Հերակլիտեսը հարմոնիայի հիմքում տեսնում էր հակադրությունների պայքարը, հակադրություններ, որոնք և որոնց պայքարի արդյունքում ծնված հարմոնիան կարող են լինել նաև քողարկված: Եվ հենց այդ քողարկված հարմոնիան է, որ ընկած է գեղեցիկի և կատարյալի հիմքում և անհամեմատ ավելի գորեղ է, քան բացահայտ, երևացող ներդաշնակությունը: Հերակլիտեսը գրում է. «Եթե աշխարհը երևում է որպես պատահականորեն սփռված աղբակույտ, ապա այստեղ անպայման այդ պատահականության և տարրերային ուժերի խաղի հետևում թաքնված է գեղեցկագույն հարմոնիան»:

Պլատոնը զարգացնում է տիեզերքի ներդաշնակության մասին պյութագորականների ուսմունքը և այդ հասկացությանը տալիս է նաև սոցիալական նշանակություն:

Արիստոտելը ներդաշնակությունը դիտում է որպես բազմազանությունների միասնություն, ամբողջի միասնականություն և ավարտվածություն, այն առնչվում է չափի, մեծության, կարգի և համաչափության հետ, որոնց առկայությամբ կամ հաստատումով էլ պայմանավորում է առարկաների ներդաշնակությունը: Արիստոտելը մարդկային կենսագործունեության ցանկացած ոլորտում

կիրառում է «միջինի» հասկացությունը՝ որպես խուսափում ծայրահեղություններից: Հարմոնիայի պարագայում այն նշանակում է ավելցուկի և պակասի միջին, ինչը դառնում է կատարյալ:

Հարկ է նշել, որ անտիկ Հունաստանի գիտության մեջ ներդաշնակության գաղափարը «ամենասկզբից գիտակցաբար կապվում է ոսկե հատման հետ: Հնադարի հույների մեկնաբանություններում այդ հասկացությունները ըստ էության նույնական են: Ոսկե հատումը, որ հատվածը բաժանում է միջին և արտաքին հարաբերությամբ, նրանց կողմից ներկայացվում է որպես ներդաշնակության պատկերային իլյուստրացիա, որպես ամբողջի և նրա մասերի երկրաչափական մեկնաբանություն» / [34] /:

Մ.թ.ա. առաջին դարի հռոմեական շրջանի նշանավոր ճարտարապետ Մարկոս Վիթրուվիոսը հարմոնիան դիտում է որպես համաչափելիություն: «Համաչափելիությունը բուն շինարարության առանձին մասերի կուռ ներդաշնակությունն է և դրանց համապատասխանությունը ամբողջին», -գրում է նա:

Հույն աստղագետ, մաթեմատիկոս, երաժշտագետ, աշխարհագրագետ Կլավդիոս Պտղոմեոսը (մոտ. 87 թ.-մոտ. 165 թ.) ներդաշնակությունը դիտում է որպես տրամաբանական սկիզբ և պարզության, ընդհանրության և կարգի նախադրյալ: Ըստ Պտղոմեոսի՝ հարմոնիան պետք է ուսումնասիրել ոչ միայն լսողության, այլև գիտության և, առաջին հերթին, մաթեմատիկայի միջոցներով:

Միջնադարյան նշանավոր մտածող Ավրելիոս Ավգուստինոսը ներդաշնակությունը դնում է գեղեցիկի հիմքում. «Առարկան գեղեցիկ է, եթե նրա մասերը իրար նման են և իրենց միացման արդյունքում կազմում են ներդաշնակություն»: Միջնադարում հարմոնիան առավել լայն արտացոլում գտավ երաժշտության և երա-

ժըշտությանը նվիրված ուսումնասիրությունների մեջ: Երաժշտության հիմքում, ինչպես Պյութագորասի ժամանակներում, դրվում էին մաթեմատիկական համեմատությունները: Ենթադրվում էր նաև, որ բնության օրենքները իրենց հիմքում հենց երաժշտական օրենքներ են:

Վերածննդի շրջանի Իտալացի արվեստաբան և ճարտարապետ Լեոն Ալբերտին (1404–1472) գտնում է, որ «հարմոնիայի նշանակությունը և նպատակը իրարից էությամբ տարբեր մասերի կարգավորումն է ինչ-որ մի կատարյալ հարաբերակցությամբ այնպես, որ դրանք համապատասխանեն իրար և կազմեն գեղեցկություն», և «այն ամենը, ինչ իրականանում է բնության մեջ, համաձայնեցվում է հարմոնիայի օրենքի հետ: Իսկ բնության հիմնական հոգսը ամեն ինչ կատարյալ դարձնելն է, ինչը անհնար է իրականացնել առանց հարմոնիայի» ([23]):

Վերածնունդը առաջադրեց նաև աշխարհակառույցի նոր ընկալում, որի կենտրոնում դրվում էր մարդը իր ներդաշնակությամբ: Այդ ընկալումները արտահայտվեցին Լուկա Պաչոլայի «Աստվածային համեմատության մասին» նշանավոր աշխատանքում, որտեղ, որպես ներդաշնակության արտահայտություն, նորից երևան հանվեց անտիկ աշխարհի ոսկե բաժանումը, ինչպես նաև դա Վինչիի ու Դյուրերի աշխատանքներում, որտեղ ոսկե բաժանումը լայնորեն կիրառվեց մարդու մարմնի կատարյալ չափերի որոնման մեջ:

Գերմանացի աստղագետ Իոհան Կեպլերը (1571–1630) զարգացնում է այն միտքը, որ «ներդաշնակությունը համաշխարհային ընդհանրական օրենք է և Տիեզերքի կառույցին տալիս է ամբողջականություն և օրինաչափություն: Այդ օրենքին են ենթարկվում

ինչպես մարդկային իմացությունը և երաժշտությունը, այնպես էլ աստեղերից եկող լույսը և մոլորակների շարժումը» /158/:

Լայֆնիցը ներդաշնակությունը դիտում է որպես Աստծո կողմից կանխորոշված իրավիճակ՝ «նախաստեղծ հարմոնիա», ինչը ապացուցվում է «մոլորակների և կենդանիների կանխորոշված կայուն կառուցվածքով»: Սրան համահունչ է նաև Նյուտոնի մոտեցումը. «Բնության երևույթների կանոնավորվածությունը չի կարող պատահական լինել. նրանում դրսևորվում է մի վերին իմաստություն, գերագույն ինտելեկտ, որը մտածել և արարել է ամեն ինչ իրենց նշանակությամբ և հրաշալի ներդաշնակությամբ»: Համանման մոտեցում է հանդես բերում նաև անգլիացի փիլիսոփա և գեղագետ Շոֆտեբերին (1671-1713), ով գտնում է, որ «Ներդաշնակությունը տիրում է ողջ աշխարհում. այն ողջ բնության և տիեզերքի կարգավորող և ստեղծագործ սկիզբն է»:

Լուսավորության շրջանի գեղագիտությունը ընդլայնում և խորացնում է ներդաշնակության մասին պատկերացումները: Ներդաշնակությունը չի կարող հանգել միայն թվային պարզ համեմատությունների, պարզության ու կանոնավորության: Այն ենթադրում է նաև բազմազանությունների առկայություն և դրանց միասնականություն, ունի նաև սոցիալական ամենալայն դրսևորումներ: Կանտը, օրինակ, ներդաշնակությունը հիմնականում դիտում է որպես համաձայնեցվածություն բանականության և զգացմունքայնության միջև:

Հեգելը ներդաշնակությունը առնչում է կանոնավորության, համաչափության և օրինաչափության հետ: Նա ներդաշնակության հասկացության մեջ առանձնացնում է ներքին միասնությունը, համաձայնեցվածությունը և ամբողջականությունը: Եթե

համաչափության մեջ տարբեր տարրեր միավորվում են արտաքին միասնությամբ, ապա ներդաշնակության մեջ միավորումը և միասնությունը կատարվում է ներքին կապերի միջոցով: Ներդաշնակության մեջ երևում է ոչ թե միակողմանիություն, այլ էական կապ և ամբողջականություն, իսկ միասնությունը իրականացվում է համաձայնեցվածությամբ:

Ներկայումս փիլիսոփայության և գեղագիտության մեջ չկա հարմոնիա հասկացության միասնական ընկալում: Մշակութաբան Վ.Պ.Շեստակովը գրում է. «Գեղագիտական մտքի պատմության մեջ առաջադրվել են հարմոնիայի ամենատարբեր տեսակներ: Ինքը՝ «հարմոնիա» հասկացությունը գործածվել է չափազանց լայն ու բազմանշանակ իմաստներով: Այն նշանակել է և՛ բնության ու տիեզերքի օրինաչափ կազմավորում, և՛ մարդու ֆիզիկական ու բարոյական աշխարհի գեղեցկություն, և՛ գեղարվեստական ստեղծագործության կառուցվածքի սկզբունք, և՛ գեղագիտական ընկալման օրինաչափություն» ([162]):

Փիլիսոփայական և գեղագիտական գրականության մեջ բերվում են այդ հասկացության տարբեր սահմանումներ: Այսպես, օրինակ, ներդաշնակությունը ներկայացվում է որպես.

- ամբողջի մասերի համաձայնություն՝ գեղագիտական օրենքների համաձայն ([150]),
- մշակութային դիրքորոշում, որն ուղղված է ներքին կարգավորվածության դիրքերից աշխարհակառույցի, նրա առանձին մասերի, ինչպես նաև մարդու և նրա կյանքի իմաստավորմանը ([110]),
- կատեգորիա, որն արտացոլում է իրականության զարգացման օրինաչափ բնույթը, գեղագիտական օբյեկտի

ներքինի և արտաքինի համաձայնեցվածությունը, նրա բովանդակության և ձևի ամբողջականությունը և համաչափելիությունը / [151]/,

- օբյեկտի մասերի համաչափություն, նրա տարբեր բաղադրիչների միաձուլում մեկ օրգանական ամբողջության մեջ / [37]/,
- մասերի համաձայնեցվածություն տարանջատված ամբողջի մեջ, որ կատարվում է գեղագիտական օրենքներով: / [152]/,
- մասերի համաչափելիությունը ամբողջի և իրար հետ / [129]/:

Փորձ է արվում ներդաշնակությունը ներկայացնել նաև բնութագրիչ հատկանիշների միջոցով: Օրինակ, [107]-ում բերվում է նման հատկանիշների այսպիսի ցանկ.

- համակարգի համաձայնեցվածություն, կապակցվածություն, բոլոր տարրերի միասնություն, հակադիր սկիզբների պայքար և միասնություն,
- չափ, համեմատականություն և հավասարակշռություն, համապատասխանություն, տեղին լինել,
- ընկալման պարզություն և թեթևություն, բնականություն,
- գեղեցկություն, վեհություն, կատարելություն:

Գոյություն ունեն նաև ընդհանրական-իմաստասիրական մոտեցումներ հարմոնիայի նկատմամբ: Այսպես.

Ամեն ինչ շարժվում է, ամեն ինչ հոսում է, ամեն ինչ փոխվում. լցվում է և դատարկվում, մակընթացությանը հաջորդում է տեղատվություն և հակառակը, ամեն ինչ բարձրանում է և իջնում,

ամեն ինչ ճոճվում է, աջ և ձախ տատանումները հավասարակշռում են իրար, ամեն բան ձգում է կամ վանում է, և դա հարմոնիա է:

Յուրաքանչյուր պատճառ ունի իր հետևանքը, և յուրաքանչյուր հետևանք ունի իր պատճառը, ամեն ինչ կատարվում է ինչ-որ օրենքով, պատահականությունը նույնպես կատարվում է օրենքով, այն օրենքով, որ դեռ հայտնաբերված չէ, և այդ ամենը հարմոնիա է:

Ամեն ինչում առկա է սեռային դրսևորումը. տղամարդկային կամ կանացի սկիզբը, դրանք միասնական են, և դա հարմոնիա է:



Հարմոնիան հակադրությունների միասնություն

Ամեն ինչ երկակի է, ամեն բան ունի իր հակադիրը, հակադիրները իրենց բնույթով նույնական են և չեն տարբերվում աստիճանով, հակադիրները և հակադրությունները միասնական են, և դա հարմոնիա է:

Հշմարտությունը գեղեցիկ է, և երևույթի դրսևորման ուժգնությունը նույնպես գեղեցիկ է և դա հարմոնիա է: Մտքերը համապատասխանում են իրականությանը, և դա հարմոնիա է:

Մտքերը և զգացմունքները դրսևորվում են որպես իրականության արձագանք, և դա հարմոնիա է:

Ընդունված է ներդաշնակության վերաբերյալ տեսակետների այս բազմազանությունը տրոհել տեսակների:



Բացասումը և հարմոնիան

Մշակութաբան Վ. Պ. Շեստակովը դրանց մեջ առանձնացնում է հարմոնիայի մաթեմատիկական, գեղագիտական և գեղարվեստական տեսակները ([116]): Ըստ Շեստակովի մաթեմատիկական հարմոնիան, որի տակ հասկացվում է մասերի հավասարությունը կամ համաչափելիությունը իրար հետ և յուրաքանչյուր մասի համաչափելիությունը ամբողջի հետ, արտահայտում է իրերի քանակական կամ արտաքին էությունը:

Գեղագիտական հարմոնիան կապված է մարդու գեղագիտական ապրումների և գեղագիտական գնահատականի հետ: Այն արտահայտում է իրերի ներքին, որակական էությունը: Գեղարվեստական հարմոնիան շեշտադրումը տեղափոխում է արվեստի ոլորտ:

Չափազանց լայն են ներդաշնակության դրսևորման ոլորտները: Մենք խոսում ենք բնության ու կենդանական կյանքի ներդաշնակության մասին: Նման ներդաշնակության հրաշալի օրինակներից մեկը բնության մեջ կենդանական և բուսական աշխարհների հարմոնիան է, ինչը դրսևորվում է դրանց յուրա-



քանչյուրի գոյության համար մյուսի ունեցած դերով. բույսերը շնչում են ածխաթթու գազ և արտաշնչում թթվածին, իսկ կենդանիները շնչում են թթվածինը և արտաշնչում ածխաթթու գազ:

Մենք խոսում ենք ճարտարապետության, երաժշտության, կերպարվեստի ու քանդակագործության մեջ ներդաշնակության մասին:

Ընտանիքի հարմոնիան

Հարմոնիան դրսևորվում է ամենուրեք՝ արեգակնային համակարգից, ողջ տիեզերքից մինչև բնության ամենաչնչին մասնիկը, մարդկային գեներից, յուրաքանչյուր մարդուց մինչև հասարակական միավորումներ ու ողջ հասարակություն:

Այս աշխատանքի առաջին գլխում մենք բերեցինք Նոր-բերտ Վիննեթի կարծիքը շրջապատող քառսի մեջ կարգ մտցնելու մաթեմատիկայի կոչման մասին: Եվ ոչ միայն մաթեմատիկան, այլև գիտությունն ընդհանրապես ունի իրականության ճանաչման, աշխարհի քառսի մեջ կարգի, հարմոնիայի որոնման կոչում: Եվ գիտական բոլոր հատնագործությունները, օրենքներն ու օրինաչափությունները այս կամ այն կերպ աշխարհակառույցում առկա հարմոնիայի հաստատումներ են:

Նյութական աշխարհի հարմոնիան է հաստատում նյութի պահպանման ու փոխակերպման օրենքը, շարժման հարմոնիան՝ իներցիայի օրենքը, կենդանական և անկենդան աշխարհի հարմոնիան՝ բնական գիտությունները, մարդու և շրջակա աշխարհի հարմոնիան՝ հոգեբանությունը, ֆիզիոլոգիան, մարդու և հասարակության հարմոնիան՝ սոցիոլոգիան և հասարակական այլ գիտություններ, տիեզերքի հետ մարդու բանականության հարմոնիան՝ փիլիսոփայությունը, իսկ զգացմունքների հարմոնիան՝ արվեստը:

2. Ներդաշնակությունը և մաթեմատիկան

Հարմոնիայի հետ մաթեմատիկայի առնչությունների դիտարկումը սկսվում է անտիկ շրջանից և ուղղակի կամ անուղղակի ձևերով իր արտահայտությունն է գտնում գեղագիտության պատմության ողջ ընթացքում: Հարկ է նկատել, որ այդ առնչությունները կամ չեն սահմանափակվում միայն հարմոնիայի՝ Վ. Շեստակովի բնորոշած մաթեմատիկական տեսակով, կամ էլ վերջինիս կողմից ճիշտ չի մեկնաբանվում մաթեմատիկական հարմոնիայի էությունը, երբ նա գրում է, որ մաթեմատիկական հարմոնիան «անտարբեր է ներդաշնակ համապատասխանության մեջ մտնող մասերի որակական առանձնահատկությունների նկատմամբ... Հարմոնիայի մաթեմատիկական ընկալումը/հասկացումը առաջին հերթին ուշադրության է արժանացնում ներդաշնակության քանական որոշակիությունը և չի ներառում որևէ պատկերացում ներդաշնակության գեղագիտական որակի, նրա արտահայտչականության, գեղեցիկի հետ կապի մասին» /162/: Բոլոր

դեպքերում մաթեմատիկայի հետ ներդաշնակության առնչությունները բոլոր ժամանակներում նախ և առաջ ուղղված են եղել և նպաստել են մասերի ու ամբողջի ներդաշնակության մեջ գեղեցիկի բացահայտմանը:

Անտիկ շրջանում Պյութագորասը և պյութագորականները հարմոնիայի հիմքում դնում էին թիվը և թվային հարաբերությունները: Առանց թվային հարաբերությունների անհնար է նկարագրել ինչպես ոսկե բաժանումը, այնպես էլ երաժշտական հարմոնիան: Նրանց, ինչպես նաև Պլատոնի տեսակետից տիեզերքի հարմոնիայի կազմավորման մեջ մեծ դեր ունեն կանոնավոր բազմանիստերը, և այդ հարմոնիան կարելի է արտահայտել թվային համեմատություններով /[98]/:

Հարմոնիայի իր ընկալման մեջ մաթեմատիկային մեծ տեղ է հատկացնում Արիստոտելը: Չափը, մեծությունը, կարգը և համաչափությունը, որոնցով Արիստոտելը պայմանավորում է հարմոնիան, ուղղակիորեն ունեն նաև մաթեմատիկական բովանդակություն: Ինչ վերաբերում է համաչափությանը, ապա այն կարելի է դիտել և՛ որպես մաթեմատիկական հասկացություն, և՛ որպես ներդաշնակության ստեղծման կարևորագույն աղբյուր: Ինչպես նշում է Արիստոտելը, «Գեղանկարիչը իրեն թույլ չի տա իր կտավում մարմնի ոտքը ավելի մեծ պատկերել, քան այդ պահանջում է համաչափությունը: Նույն կերպ նավի շինարարը նավի դեկը կամ որևէ այլ մաս մյուսներից շատ ավելի մեծ չի անի» /[27]/: Արիստոտելը համաչափությունը գուգորդում է համեմատականության հետ և գտնում, որ մարդու մարմնի առանձին մասերը պետք է մեծանան համամասնորեն: Նա հարմոնիայի բնութագրման մեջ կարևորում է նաև կարգը: Ավելին, իր «Ֆիզիկայում»

նա գտնում է, որ այդ երկու հասկացությունները ըստ էության նույնն են. «... արձանը կամ գեղագիտական մշակման ենթարկված այլ առարկաներ առաջանում են անձն առարկաներից, դրանք որոշակի կարգով միավորելու արդյունքում» / [28] /:

Հելլենիզմի ժամանակաշրջանում նույնպես ներդաշնակության կազմավորման մեջ կարևորվում է մաթեմատիկայի դերը: Ներդաշնակության մասին գեղագիտական մոտեցումներում ստոիկները կարևորում են թվային համեմատությունների դերը երաժշտության մեջ: Այս ճանապարհին Յիցերոնը անդրադառնում է երկնային լուսատուների շարժման ընթացքում առաջացած տիեզերական երաժշտությանը: Իսկ Մարկոս Վիթրուվիոսը իր գեղագիտության հիմքում դնում է համաչափության գաղափարը, ինչը ըստ էության նա բխեցնում է ներդաշնակությունից՝ վերջինիս ավելացնելով մաթեմատիկական համեմատություններ, որոնք կարելի կլինի հաշվարկել: Այդ համեմատությունները, որոնց միջոցով ստացվում են ճարտարապետական կառույցների համաչափությունները և ներդաշնակությունները, ըստ Վիթրուվիոսի՝ համապատասխանում են մարդու մարմնի համեմատություններին:

Հույն մաթեմատիկոս, աստղագետ և ֆիզիկոս Կլավդիոս Պտղոմեոսը (մոտ.90-մոտ.160), ով ապրում էր Ալեքսանդրիայում և ստեղծեց անշարժ երկրի շուրջ մոլորակների շարժման մաթեմատիկական տեսությունը և աշխարհակառույցի՝ իր անունով կոչվող համակարգը, կարծում էր, որ ներդաշնակությունն ունի տրամաբանական սկիզբ, ինչը հանդիսանում է պարզության, ընդհանրականության և կարգի նախադրյալ, իսկ ներդաշնակության ուսումնասիրությունը պետք է կատարել ոչ թե լսողության, այլ գիտության և առաջին հերթին մաթեմատիկայի միջոցով / [162] /:

Միջնադարյան գեղագիտությունը նույնպես կարևոր տեղ է հատկացնում ներդաշնակության հետ մաթեմատիկայի առնչություններին: Ավրելիուս Ավգուստինոսը ներդաշնակության և, ընդհանրապես, գեղեցիկի կազմավորման մեջ մեծ տեղ է հատկացնում թվին, մասնավորապես առաջին պլան է մղում երաժշտական հարմոնիայի մաթեմատիկական ընկալումը /([17]):

Վաղ միջնադարի մյուս մտածող Բոեցիի մաթեմատիկական մոտեցումները արվեստի ու, մասնավորապես, ներդաշնակության նկատմամբ հանգում են երաժշտության մեջ թվային համեմատություններին /([35]): Ընդհանրապես, մաթեմատիկական համեմատությունների միջոցով ներդաշնակության հանգեցումը քանակական հարաբերությունների՝ ներդաշնակության միջնադարյան ընկալման ամենացայտուն միտումն է, ինչը առանձնապես ուժեղ է դրսևորվում երաժշտության մեջ /այդ ժամանակներում երաժշտությունը համարվում էր մաթեմատիկայի բնագավառ/: Ուշ միջնադարում, առանձնապես գոթական ճարտարապետության մեջ մաթեմատիկան ունի լայն մասնակցություն: Երկրաչափական ձևերը՝ կանոնավոր եռանկյունը և քառանկյունը, հանդես են գալիս որպես ճարտարապետական կառույցների գեղագիտական կազմավորիչներ և առաջացնում են ներդաշնակության յուրահատուկ դրսևորումներ: Միննույն ժամանակ միջնադարին հատուկ է նաև գեղեցիկի ու հարմոնիայի աստվածաբանական ընկալումը, այն որպես աստվածային արարում ներկայացնելը, ինչը սակայն հեռու է մաթեմատիկական մոտեցումներից:

Վերածննդի շրջանի արվեստաբան Լեոն Ալբերտիի մոտեցումներում թիվը կամ թվային համեմատությունները և երկրաչափական ձևերի միջոցով իրականացվող սահմանափակումները

դիտվում են որպես ճարտարապետական հարմոնիայի բաղադրիչներ: Լուկա Պաշլիյի, դա Վինչիի և Դյուրերի աշխատանքներում համեմատությունը և, մասնավորապես, ոսկե հատումը՝ որպես ներդաշնակության բաղադրիչ, կիրառվում են մարդու մարմնի մասերի կատարյալ ներկայացման համար և ստանում համապատասխան մաթեմատիկական արտահայտություններ: Այս շրջանում համեմատությունները հիմք ծառայեցին նաև հեռանկարի և նրա միջոցով ներդաշնակությունների ստեղծման համար, ինչը նպաստեց Վերածննդի նկարչության զարգացմանը: Կեպլերը զարգացրեց «սֆերաների երաժշտության» մասին պյութագորականների ուսմունքը՝ Արեգակի շուրջ մոլորակների պտույտի երաժշտական բնույթը բացատրելով դրանց ներդաշնակ համեմատություններով:

Լայբնիցը, հետևելով միջնադարյան ավանդույթներին, գտնում է, որ երաժշտական հարմոնիայի էությունը թվի բնույթի մեջ է, և երաժշտության ողջ հմայքը ամփոփված է թվային հարաբերություններում, ինչը մարդը զգում է ենթագիտակցորեն. «Երաժշտությունը հոգու համար թվաբանական վարժություն է, որը այդ ձևով հաշվում է ինքն իրեն՝ առանց դա իմանալու»: Նա գտնում է, որ մաթեմատիկական հենքի վրա է առաջանում ներդաշնակությունը նաև արվեստի այլ ձևերում, ինչը բերում է հաճույք ոչ միայն ականջին, այլև աչքին: «Մաթեմատիկական ներդաշնակության պոեզիան է», - եզրակացնում է Լայբնիցը:

Հետագայում գեղագիտական միտքը ավելի շատ կարևորում է ներդաշնակության ոչ թե քանակական, այլ որակական կազմությունը, ինչը նվազեցնում է նրա բովանդակության մեջ մաթեմատիկայի մասնակցության չափը: Արժե թերևս առանձնացնել

Հեգելին, ով հարմոնիայի մասին իր ծավալուն ուսմունքի մեջ ներկայացնում է մաթեմատիկական պատկերացումներ ներդաշնակության մասին՝ այն գուգորդելով կանոնավորության և համաչափության գաղափարների հետ:

Ներդաշնակության հետ մաթեմատիկայի կապը չի սահմանափակվում միայն արվեստով ու գեղագիտական մոտեցումներով: Գալիլեյի՝ «Բնության ոսկե գիրքը գրված է մաթեմատիկայի լեզվով» բնորոշումը թերևս բնության հետ մաթեմատիկայի ներդաշնակության լավագույն բնութագրումն է: Այսօր անհնար է պատկերացնել բնության, բնական գիտությունների ու տեխնիկայի ուսումնասիրությունը առանց մաթեմատիկայի: Պատճառը նշված ներդաշնակության առկայությունն է: Այդ ներդաշնակությունն է հիմք ծառայել նաև Մ. Վ. Վոլկենշտեյնի համար եզրակացնելու, որ գիտական ձեռքբերման յուրաքանչյուր հստակ ու ներդաշնակ մաթեմատիկական ձևակերպում առաջ է բերում գեղագիտական տպավորություն:

Բնության հետ ներդաշնակությունը հնարավորություն է տվել մաթեմատիկան ու նրա հզոր ապարատը ներգրավել ոչ միայն բնագիտական և տեխնիկական, այլև հասարակական գիտություններ և մարդկային կենսագործունեության այլ ոլորտներ՝ այն դարձնելով որպես հասարակական առաջընթացի կարևորագույն գործոն:

Մարդկային կենսագործունեության տարբեր ոլորտներում մաթեմատիկայի կիրառման միջոցով ներդաշնակության ստեղծումը ուղեկցվում է գիտական գեղեցիկի այնպիսի օբյեկտիվ հատկանիշների դրսևորմամբ, ինչպիսիք են կիրառելիությունը և օգտակարությունը:

Ներդաշնակությունը լայնորեն է դրսևորվում նաև բուն մաթեմատիկայում՝ դառնալով նրա ճարտարապետական կառույցի գեղագիտական գրավչության կարևորագույն սկզբունքներից մեկը: Թիվը, թվային համեմատությունները, կարգը, մեծությունը, չափը, երկրաչափական ձևերը, համաչափությունը մասնակցելով ներդաշնակության ստեղծմանը, գեղագիտական գրավչություն են հաղորդում բնության և արվեստի առարկաներին ու երևույթներին ոչ միայն «բնության ոսկե գիրքը մաթեմատիկայի լեզվով գրված լինելու», այլև այդ մաթեմատիկական գրքի գեղեցիկ գրված լինելու պատճառով: Այդ գեղեցիկի հիմքում ընկած հիմնական սկզբունքներից մեկը մաթեմատիկական օբյեկտների միջև առկա ներդաշնակությունն է: Եվ ներդաշնակությունը մաթեմատիկայում ամենևին էլ չի հանգում միայն մաթեմատիկական հարմոնիայի՝ իրերի ու երևույթների քանակական կամ արտաքին էության արտահայտման: Մաթեմատիկական բոլոր թեորեմները նրա օբյեկտների միջև ներքին կապերի ու օրինաչափությունների կամ ներդաշնակության դրսևորումներ են: Եվ զարմանալին այն է, որ ի սկզբանե իր հիմքում ունենալով բնության հետ ներդաշնակության մոտիվները, մաթեմատիկան զարգանում է ուրույն օրենքներով ու օրինաչափություններով՝ ներդաշնակության իր սկզբունքներով, սակայն նման ձևով ստեղծված և առաջացած նոր մաթեմատիկան իր կիրառությունն է գտնում բնության ուսումնասիրության մեջ, այսինքն՝ նորից ներդաշնակ է բնության հետ:

3. Ռիթմ



Ռիթմը բնության ընդհանրական հատկություն է, նրա երևույթների, գործընթացների, առարկաների տարրերի կարգավորում, միասնական դասավորություն և հավասարաչափ հերթագայություն, գծերի, մակերևույթների, ծավալների զուգորդում որոշակի օրինաչափությամբ: Ռիթմը առկա է իրականության շատ երևույթներում: Ռիթմիկ են տիեզերական մարմինների շարժումները՝ Արեգակի շուրջ նրա արբանյակների պտույտները կամ Երկրի շուրջ լուսնի պտույտը, օրվա և գիշերվա հերթափոխությունը, տարվա եղանակների ցիկլայնությունը, բույսերի և բյուրեղների աճը: Ռիթմով կարող են ընթանալ առարկաների շարժումը, ծովի ալեկոծումները, քամու շվշվոցը, կենդանու վազքը, մարդու պարը: Որոշակի ռիթմով են տեղի ունենում մարդու, կենդանիների բունը, շնչառությունը, սրտի աշխատանքը: Ռիթմով կարող է օժտված լինել նաև անշարժ մարմինը՝ անտառը՝ ծառերի, բույսը՝ ճյուղերի և տերևների, ճարտարապետական շինությունը՝ պատուհանների, կամարների, կարպետը՝ զարդանախշերի դասավորությամբ:

Ռիթմը ներգործում է մեր զգայարանների վրա. այն մենք կարող ենք ընկալել տեսողությամբ և լսողությամբ: Ռիթմիկ են ձիու աղբյուրի քչքոցը, գնացքի անիվների թխկթխկոցը, երաժրշտության հնչյունները: Բոլոր այս դեպքերում ռիթմը դրսևոր-

վում է ձայնի հնչյունների միջև որոշակի ինտերվալների պահպանմամբ:

Ռիթմը կարող է առաջացնել ուրախության կամ տխրության, հանդիսավորության, հանգստի կամ անհանգստության տրամադրություն: Ծովի ալիքների փոքր ելևէջները նաև խաղաղ ելևէջներ են



Ռիթմ

անվանվում, որովհետև ստեղծում են խաղաղության ու հանգստի տրամադրություն, իսկ ալեկոծված ծովը իր հզոր ալիքների ռիթմով ստեղծում է անհանգիստ տրամադրություն:

Պատկերից ուզած տպավորությունը ստանալու համար կարելի է մասերի դասավորությամբ նրան հաղորդել համապատասխան ռիթմ: Հորիզոնական ուղղությամբ ռիթմի զարգացումը իջեցնում է պատկերի բարձրության տպավորությունը, իսկ ուղղաձիգ զարգացումը՝ մեծացնում:

Ռիթմը կարող է լինել ուժեղ կամ թույլ՝ կախված այն ստեղծող օբիեկտի հատկության դրսևորման չափերից և կրկնման հաճախականությունից: Ինչքան մեծ են այդ մասերը և ինչքան հաճախ են դրանք կրկնվում, այնքան ուժեղ է արտահայտվում ռիթմը և, հակառակը, ինչքան թույլ են մասերը և ինչքան երկար է դրանց կրկնությունների միջև ընկած ժամանակը, այնքան թույլ է ռիթմը:

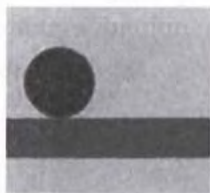
Ռիթմը արվեստի կարևոր արտահայտչամիջոցներից մեկն է և նրան հաղորդում է որոշակի հուզականություն և լայնորեն է կիրառվում արվեստի ստեղծագործություններում: Երաժշտության կազմավորման հիմնական տարրերից մեկն է ռիթմը: Այն նաև գեղանկարի կոմպոզիցիայի կազմավորման միջոց է: Ռիթմը դրսևորվում է նաև ճարտարապետության, բանաստեղծության մեջ և արվեստի մյուս ճյուղերում: Արվեստում ռիթմը չունի մաթեմատիկական ճշգրտություն: Այստեղ այն կարող է լինել ակտիվ կամ պասիվ, կոտորված կամ սահուն և հանգիստ: Ռիթմը կարող է տրվել գծերի, լույսի, ստվերի, գույների հետքերով:



Ռիթմ

Սովորաբար մեր աչքը, տեղափոխվելով երևույթի կամ առարկայի ռիթմ ստեղծող մասերի վրայով, ստեղծում է շարժման տպավորություն և առաջացնում է համապատասխան ընկալում, հնարավորություն է տալիս հարթության վրա «պատկերել» շարժումը, ստեղծել շարժման պատրանք. այն հաճախ է կիրառվում արվեստի ստեղծագործություններում: Երբ մեր հայացքը տեղափոխվում է պատկերված մի տարրից նրան նմանվող մի այլ տարրի վրա, ինքը, կարծեք, կատարում է շարժում:

Գոյություն ունեն նկարում առարկաների շարժման պատ-
րանք ստեղծելու տարբեր գաղտնիքներ: Ահա նման մի գաղտնիք.



ա. գնդակը
անշարժ է.



բ. գլորվում է
դանդաղ



գ. գլորվում է
արագ



դ. գնդակը
սահում է.

Նկարին շարժում հաղորդելու համար կարելի է հետևել հե-
տևյալ կանոններին: Եթե նկարում օգտագործված են մեկ կամ մի
քանի միակողմանի անկյունագծային գծեր, ապա նկարը կերևա
ավելի դինամիկ:



Պիկասո, ցուլը և ցլամարտիկը

Շարժման տպավորություն կստեղծվի, եթե շարժում պատկե-
րող առարկայի շարժման ուղղությամբ թողնված է ազատ տարա-
ծություն:

Շարժում հաղորդելու համար անհրաժեշտ է ընտրել և պատկերել շարժվող առարկան այն պահին, որն ավելի ցայտուն է բնութագրում այդ շարժումը: Շարժման զգացողություն կարելի է ստանալ, եթե օգտագործենք ողողված ֆոն, շարժվող առարկայի էտնամասի ոչ հստակ եզրագծեր: Հորիզոնական կամ ուղղաձիգ գծերի առատությունը, ընդհակառակը, կասեցնում է շարժումը:



Կան նաև կանոններ, որոնք փոխանցում են հանգստությունը: Դրանք են.

- նկարի մեջ բացակայում են անկյունագծի ուղղությամբ տարված գծեր,
- շարժում պատկերող առարկայի դիմաց չկա ազատ տարածություն,
- առարկանները պատկերված են անշարժ դիրքերում,
- կոմպոզիցիան համաչափելի է, հավասարակշռված կամ կազմում է երկրաչափական պարզ սխեմաներ՝ եռանկյուն, ուղղանկյուն, շրջան, էլիպս:

Ռիթմի հետ մաթեմատիկայի առնչություններին կանդրա-դառնանք այս աշխատանքի մաթեմատիկական կրթությանը նվիրված բաժնում:



Միրոն: Սկավառականեղ: Սկավառականեղ սլատկերված է ուժերի ամենամեծ լարվածության պահին: